

# **BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS**

## **ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE**

### **Sous-épreuve E21 – Mathématiques**

#### **Épreuve obligatoire**

**2019**

## **SUJET**

**Durée : 2 heures**

**coefficient : 2**

**L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.**

**Ce document comporte 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.**

**Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

2019	BTS SIO			Sujet
19SIE2MATPO1 Id 19G	E21 Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	1 / 4

## Exercice 1 (7 points)

Après l'obtention de leur BTS SIO, trois amis décident de créer un jeu vidéo nommé « escape game ». Les différentes tâches de la réalisation de ce projet sont décrites dans le tableau suivant.

Nom simplifié de la tâche	Description de la tâche	Durée en jour	Tâches précédentes
A	Choix du matériel et achats	1	F
B	Fabrication du matériel	5	A
C	Inauguration	1	E
D	Livraison du matériel	1	B, A, G
E	Mise en place du matériel et essais	5	D, H
F	Recherche des énigmes	4	-
G	Recherche des locaux	9	-
H	Rédaction du scénario complet	5	F

- Déterminer le niveau de chacun des sommets.
- Donner le tableau des successeurs de chaque sommet.
- Construire le graphe d'ordonnancement du projet (méthode M. P. M. ou P. E. R. T.) en incluant les dates au plus tôt et au plus tard.
- Donner le chemin critique et la durée minimale du projet.
- Calculer la marge totale de la tâche H et donner une interprétation de ce résultat.
- Un célèbre animateur accepte d'assister à l'inauguration si elle a lieu 15 jours après le lancement du projet. Les tâches A, B, C, D, E ont une durée incompressible. De quelle(s) tâche(s) doit-on réduire la durée pour que l'inauguration puisse avoir lieu le jour fixé ?

## Exercice 2 (9 points)

Les parties **A** et **B** étudient deux éléments d'un jeu vidéo nommé « escape game ». Elles sont indépendantes.

### Partie A

Le jeu vidéo comprend un coffre-fort. Son ouverture dépend de trois paramètres : une clé que doit trouver le joueur, une énigme à résoudre, la durée de ces deux tâches (donnée par un chronomètre). Le coffre s'ouvre si l'une au moins des conditions suivantes est réalisée :

- le joueur a trouvé la clé et le chronomètre marque 30 minutes ou plus,  
ou
- l'énigme est résolue et le chronomètre marque strictement moins de 30 minutes,  
ou
- le joueur a trouvé la clé et l'énigme n'est pas résolue.

On définit trois variables booléennes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  de la manière suivante :

- $a = 1$  si le joueur a trouvé la clé,  $a = 0$  sinon ;
- $b = 1$  si l'énigme est résolue,  $b = 0$  sinon ;
- $c = 1$  si le chronomètre marque strictement moins de 30 minutes,  $c = 0$  sinon.

2019	BTS SIO			Sujet
19SIE2MATPO1 Id 19G	E21 Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	2 / 4

1. Écrire une expression booléenne  $E$  qui traduit les critères d'ouverture du coffre-fort.
2. a) Représenter l'expression  $E$  dans un tableau de Karnaugh.  
b) En déduire une écriture simplifiée de l'expression booléenne  $E$  sous la forme d'une somme de deux termes.  
c) Interpréter cette expression simplifiée dans le contexte de l'exercice.
3. Donner une écriture simplifiée de  $\overline{E}$  et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

### Partie B

Pour passer un niveau dans le jeu, il faut taper sur un clavier un code de 6 caractères comprenant des lettres et des chiffres. Le joueur peut trouver ces chiffres en résolvant trois énigmes numériques, qui sont décrites dans les questions 1, 2, 3.

1. Le caractère de gauche du code est le nombre de diviseurs positifs de 2019. Cette question détaille la détermination de ce nombre.  
a) Justifier le fait que 673 est un nombre premier.  
b) Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 2019.  
c) Déterminer tous les diviseurs positifs de 2019. En déduire le nombre cherché.
2. Les 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> caractères du code en partant de la gauche sont, dans cet ordre, les chiffres de l'écriture hexadécimale du nombre 2019.  
Trouver ces caractères en détaillant les calculs.
3. Cette question détaille la détermination des deux derniers caractères du code, ce qui demande d'abord de résoudre l'équation  $n^2 + n + 1 \equiv 0 \pmod{7}$ .  
a) Déterminer les restes possibles de la division de  $n^2 + n + 1$  par 7 en fonction des restes possibles de la division de  $n$  par 7. On pourra pour cela recopier et compléter le tableau suivant.

Reste possible de la division de $n$ par 7	0	1	2	3	4	5	6
Reste possible de la division de $n^2$ par 7							
Reste possible de la division de $n^2 + n + 1$ par 7							

- b) On peut lire dans le tableau ci-dessus, après l'avoir complété, que les entiers de la forme  $7k + 2$ , avec  $k$  entier naturel, sont des solutions de l'équation  $n^2 + n + 1 \equiv 0 \pmod{7}$ .  
Donner les autres solutions sous une forme analogue.
  - c) En déduire le nombre de solutions de l'équation  $n^2 + n + 1 \equiv 0 \pmod{7}$  qui sont comprises entre 0 et 101.
  - d) Les deux derniers caractères à droite sont, dans cet ordre, les chiffres en base dix du nombre trouvé en c). Donner ces deux caractères.
4. Choisir sans justification la bonne réponse.  
Le code à taper pour passer le niveau du jeu est :  
Réponse A : 43E730                      Réponse B : 47E329  
Réponse C : 33E729                      Réponse D : 27E330

2019	BTS SIO			Sujet
19SIE2MATPO1 Id 19G	E21 Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	3 / 4

### Exercice 3 (4 points)

Pour un jeu vidéo nommé « escape game », il est prévu des abonnements pour une durée de deux ans.

Lors de la mise en service du jeu, 40 personnes se sont abonnées. Les dirigeants estiment qu'à partir du jour suivant l'inauguration, le nombre de nouveaux abonnés va augmenter de 5 % chaque mois.

1. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre estimé de nouveaux abonnés  $n$  mois après l'ouverture. Ainsi  $u_0 = 40$ .
  - a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ . Arrondir à l'entier le plus proche.
  - b) Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .
  - c) Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$  puis, pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $S_n$  le nombre total d'abonnés  $n$  mois après l'ouverture du jeu. Ainsi  $S_0 = 40$ .
  - a) Justifier l'égalité  $S_1 = 82$ .
  - b) Combien de mois après l'ouverture du jeu le nombre estimé d'abonnés sera-t-il supérieur à 200 ?
  - c) Estimer le nombre total d'abonnés un an après l'ouverture du jeu.

2019	BTS SIO			Sujet
19SIE2MATPO1 Id 19G	E21 Mathématiques pour l'informatique	Coef : 2	Durée : 2 h 00	4 / 4