

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2014

## MATHÉMATIQUES

Série S

**Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

**Durée de l'épreuve : 4 heures**

**Coefficient : 7**

**Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 / 5 à 5 / 5.**

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.  
**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.**  
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

### EXERCICE 1 (5 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points  $A(5 ; -5 ; 2)$ ,  $B(-1 ; 1 ; 0)$ ,  $C(0 ; 1 ; 2)$  et  $D(6 ; 6 ; -1)$ .

1. Déterminer la nature du triangle  $BCD$  et calculer son aire.
2.
  - a) Montrer que le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan  $(BCD)$ .
  - b) Déterminer une équation cartésienne du plan  $(BCD)$ .
3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\mathcal{D}$  orthogonale au plan  $(BCD)$  et passant par le point  $A$ .
4. Déterminer les coordonnées du point  $H$ , intersection de la droite  $\mathcal{D}$  et du plan  $(BCD)$ .
5. Déterminer le volume du tétraèdre  $ABCD$ .  
*On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule  $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathcal{B} \times h$ , où  $\mathcal{B}$  est l'aire d'une base du tétraèdre et  $h$  la hauteur correspondante.*
6. On admet que  $AB = \sqrt{76}$  et  $AC = \sqrt{61}$ .  
Déterminer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

## EXERCICE 2 (5 points)

### Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 0$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$ .

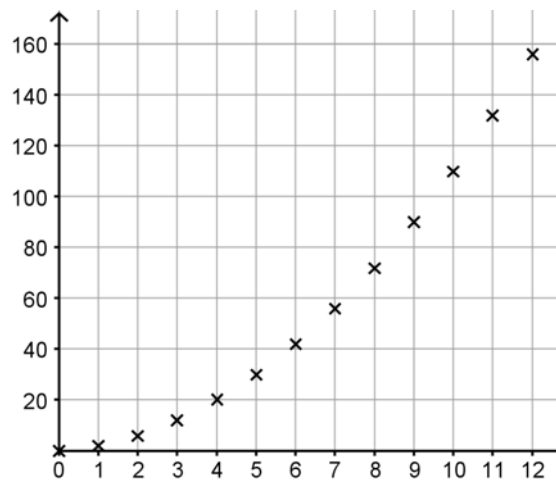
- Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
- On considère les deux algorithmes suivants :

Algorithme 1	Algorithme 2
<b>Variables :</b> $n$ est un entier naturel $u$ est un réel	<b>Variables :</b> $n$ est un entier naturel $u$ est un réel
<b>Entrée :</b> Saisir la valeur de $n$	<b>Entrée :</b> Saisir la valeur de $n$
<b>Traitement :</b> $u$ prend la valeur 0 Pour $i$ allant de 1 à $n$ :   $u$ prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour	<b>Traitement :</b> $u$ prend la valeur 0 Pour $i$ allant de 0 à $n - 1$ :   $u$ prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour
<b>Sortie :</b> Afficher $u$	<b>Sortie :</b> Afficher $u$

De ces deux algorithmes, lequel permet d'afficher en sortie la valeur de  $u_n$ , la valeur de l'entier naturel  $n$  étant entrée par l'utilisateur ?

- À l'aide de l'algorithme, on a obtenu le tableau et le nuage de points ci-dessous où  $n$  figure en abscisse et  $u_n$  en ordonnée.

$n$	$u_n$
0	0
1	2
2	6
3	12
4	20
5	30
6	42
7	56
8	72
9	90
10	110
11	132
12	156



- Quelle conjecture peut-on faire quant au sens de variation de la suite  $(u_n)$  ?  
Démontrer cette conjecture.
- La forme parabolique du nuage de points amène à conjecturer l'existence de trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = an^2 + bn + c$ .  
Dans le cadre de cette conjecture, trouver les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$  à l'aide des informations fournies.

4. On définit, pour tout entier naturel  $n$ , la suite  $(v_n)$  par :  $v_n = u_{n+1} - u_n$ .
- Exprimer  $v_n$  en fonction de l'entier naturel  $n$ . Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ?
  - On définit, pour tout entier naturel  $n$ ,  $S_n = \sum_{k=0}^n v_k = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ .  
Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $S_n = (n+1)(n+2)$ .
  - Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $S_n = u_{n+1} - u_0$ , puis exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### EXERCICE 3 (5 points)

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

- Zoé se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre.  
Lorsqu'il pleut, Zoé se rend en voiture à son travail dans 80 % des cas.  
Lorsqu'il ne pleut pas, elle se rend à pied à son travail avec une probabilité égale à 0,6.

#### Affirmation n° 1 :

« Zoé utilise la voiture un jour sur deux. »

- Dans l'ensemble  $E$  des issues d'une expérience aléatoire, on considère deux événements  $A$  et  $B$ .

#### Affirmation n° 2 :

« Si  $A$  et  $B$  sont indépendants, alors  $A$  et  $\bar{B}$  sont aussi indépendants. »

- On modélise le temps d'attente, exprimé en minutes, à un guichet, par une variable aléatoire  $T$  qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,7.

#### Affirmation n° 3 :

« La probabilité qu'un client attende au moins cinq minutes à ce guichet est 0,7 environ. »

#### Affirmation n° 4 :

« Le temps d'attente moyen à ce guichet est de sept minutes. »

- On sait que 39 % de la population française est du groupe sanguin A+.  
On cherche à savoir si cette proportion est la même parmi les donneurs de sang.  
On interroge 183 donneurs de sang et parmi eux, 34 % sont du groupe sanguin A+.

#### Affirmation n° 5 :

« On ne peut pas rejeter, au seuil de 5 %, l'hypothèse selon laquelle la proportion de personnes du groupe sanguin A+ parmi les donneurs de sang est de 39 % comme dans l'ensemble de la population. »

#### EXERCICE 4 (5 points)

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = e^x$  et  $g(x) = 2e^{x/2} - 1$ .

On note  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  dans un repère orthogonal.

1. Démontrer que les courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  ont un point commun d'abscisse 0 et qu'en ce point, elles ont la même tangente  $\Delta$  dont on déterminera une équation.
2. Étude de la position relative de la courbe  $\mathcal{C}_g$  et de la droite  $\Delta$

Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $h(x) = 2e^{x/2} - x - 2$ .

- a) Déterminer la limite de la fonction  $h$  en  $-\infty$ .
  - b) Justifier que, pour tout réel  $x$ ,  $h(x) = x \left( \frac{e^{x/2}}{x/2} - 1 - \frac{2}{x} \right)$ .  
En déduire la limite de la fonction  $h$  en  $+\infty$ .
  - c) On note  $h'$  la fonction dérivée de la fonction  $h$  sur  $\mathbf{R}$ .  
Pour tout réel  $x$ , calculer  $h'(x)$  et étudier le signe de  $h'(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
  - d) Dresser le tableau de variations de la fonction  $h$  sur  $\mathbf{R}$ .
  - e) En déduire que, pour tout réel  $x$ ,  $2e^{x/2} - 1 \geq x + 1$ .
  - f) Que peut-on en déduire quant à la position relative de la courbe  $\mathcal{C}_g$  et de la droite  $\Delta$ ?
3. Étude de la position relative des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ 
    - a) Pour tout réel  $x$ , développer l'expression  $(e^{x/2} - 1)^2$ .
    - b) Déterminer la position relative des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .
  4. Calculer, en unité d'aire, l'aire du domaine compris entre les courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  et les droites d'équations respectives  $x = 0$  et  $x = 1$ .