

ÉPREUVE 5

GESTION HÔTELIÈRE ET MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures 30

Coefficient : 7

LA PARTIE "GESTION HÔTELIÈRE ET DROIT" ET LA PARTIE "MATHÉMATIQUES"
SERONT TRAITÉES SUR *DES COPIES SÉPARÉES*.

Les deux copies doivent être relevées ensemble.

La partie "*Gestion hôtelière et Droit*" est numérotée de la page 1/16 à la page 13/16
Elle est prévue pour être traitée en 3 heures (coefficient 5)
Les annexes 1, 2, 3 et 4 sont à remettre avec la copie.

La partie "*Mathématiques*" est numérotée de la page 14/16 à la page 16/16.
Elle est prévue pour être traitée en 1 heure 30 (coefficient 2).
Ce sujet nécessite une feuille de papier millimétré

L'usage de la calculatrice et du plan comptable hôtelier est autorisé.

Session 2012	Examen : BTn	Spécialité : Hôtellerie	
SUJET	<i>ÉPREUVE</i> : Gestion hôtelière et mathématiques		
12GMHOPO1	Durée : 4 heures 30	Coefficient : 7	Page : 1/16

GESTION HÔTELIÈRE ET DROIT

L'AUBERGE DES GLYCINES

M. et Mme Benodet sont installés dans la ville de Rennes depuis 25 ans. Tous deux âgés d'environ 45 ans, ils ont deux enfants majeurs et indépendants financièrement. Suite à un licenciement économique de M. Benodet (il était responsable commercial régional d'une chaîne de restauration rapide, sa femme est décoratrice), ils ont l'idée de concrétiser ensemble un rêve de jeunesse : créer un petit restaurant de caractère.

Le couple est propriétaire d'une maison à 20 km de Rennes et possède aussi divers actifs liquides. Ils envisagent de vendre rapidement leur maison d'habitation, pour réaliser éventuellement le projet de création du restaurant de leurs rêves. Ils sont motivés et enthousiastes mais ne savent trop comment faire.

Au cours de leurs nombreuses ballades et recherches dans la région, M. et Mme Benodet ont découvert dans les environs de Saint Malo un ancien restaurant dont les murs sont en vente, L'AUBERGE DES GLYCINES. Le site d'implantation est magnifique, verdoyant et champêtre, cependant de nombreux travaux sont à prévoir (mise aux normes, renforcement des murs, équipement techniques,...).

Il y a de la place dans la région pour un restaurant gastronomique de caractère qui utilise les produits du terroir riche en produits de la mer et de la ferme. Ils axeront dès leur deuxième année d'existence, les activités du restaurant autour de belles fêtes familiales (mariages, baptêmes, cousinades...) en développant une communication ciblée et bien pensée. Le jardin constitue pour eux un des atouts majeurs du lieu d'implantation.

Ils devront choisir des modes de financements de leurs immobilisations et évaluer leur gestion prévisionnelle sur 2 ans. Enfin, ils doivent recruter un cuisinier pour assurer la bonne marche de leur restaurant.

M. Benodet, vous demande votre aide dans ce parcours à travers 4 dossiers indépendants.

DOSSIER 1 :	CRÉATION D'UNE ENTREPRISE	20 points
DOSSIER 2 :	MODES DE FINANCEMENT ET AMORTISSEMENTS DES IMMOBILISATIONS	20 points
DOSSIER 3 :	ANALYSE DE L'ACTIVITE PRÉVISIONNELLE	40 points
DOSSIER 4 :	RECRUTEMENT D'UN CUISINIER	20 points

DOSSIER 1 : CRÉATION D'UNE ENTREPRISE

M. et Mme Benodet sont très enthousiastes et motivés, cependant ils se demandent comment faire pour créer une entreprise. Aidez-les dès le début de cette aventure personnelle.

- 1.1. **Compléter**, à l'aide du document 1, les différentes étapes à suivre pour créer une entreprise sur l'**annexe 1 (à remettre avec la copie)**.
- 1.2. **Expliquer** en quelques lignes en quoi consiste une étude de marché, **insister** sur son importance dans le parcours de création d'entreprise.
- 1.3. **Indiquer** si le projet de création de restaurant de M et Mme Benodet semble réalisable.

M. et Mme Benodet se demandent également comment ils vont procéder pour faire connaître leur restaurant et capter ainsi une clientèle. Dès la deuxième année, ils veulent développer l'activité du restaurant autour de belles fêtes : mariages, baptêmes, anniversaires de mariage, retrouvailles... Ils disposent d'un atout important : un jardin arboré, suffisamment grand pour accueillir des groupes de plus de 50 personnes.

- 1.4. **Déterminer** la cible de clientèle visée par la nouvelle offre de M. et Mme Benodet. **Justifier** la réponse.
- 1.5. **Justifier** deux moyens qui permettront de faire connaître auprès de la clientèle ciblée cette nouvelle offre.

DOSSIER 2 : MODES DE FINANCEMENT ET AMORTISSEMENTS DES IMMOBILISATIONS

M. Benodet a réussi à obtenir une offre intéressante des vendeurs, qui céderaient volontiers cet immeuble pour 300 000 €.

Après une rencontre avec un conseiller du Centre de Formalités des Entreprises, M. et Mme Benodet ont obtenu des informations sur les différents modes de financement lors de la création d'une entreprise : fonds propres, crédit-bail, emprunt.

2.1. Présenter ces différents modes de financement.

Ce conseiller leur a expliqué qu'il pourrait être intéressant pour eux de créer une S.C.I (Société Civile Immobilière) qui sera propriétaire des murs. Cette société civile donnerait en location l'immeuble au restaurant qui serait exploité sous la forme d'une S.A.R.L (société à responsabilité limitée). Un contrat de location sera conclu entre ces 2 sociétés.

2.2. Définir le contrat de location.

M. et Mme Benodet ont chiffré l'ensemble des investissements à réaliser nécessaire à la réalisation de leur projet. Ils envisagent :

- L'achat du terrain et du bâtiment
- La rénovation des installations générales (électricité, plomberie)
- L'achat d'installations techniques
- L'achat de mobilier professionnel
- L'achat d'un véhicule réfrigéré

Le conseiller leur a parlé de la nécessité d'amortir l'ensemble des investissements. Pour le véhicule, il propose de tenir compte du nombre de kilomètres parcouru chaque année pour amortir cette immobilisation. Vous vous intéressez à l'acquisition et à l'amortissement du véhicule (**Document 2**).

2.3. Indiquer les différents modes d'amortissement qu'ils peuvent utiliser. Justifier votre réponse à partir d'exemples.

2.4. Calculer le coût d'acquisition du véhicule d'occasion Renault et le coût d'acquisition du véhicule d'occasion "Au Bon Coin".

2.5. Préciser le véhicule à retenir afin de minimiser la dépense d'investissement.

2.6. Compléter le plan d'amortissement du véhicule réfrigéré retenu en tenant compte du nombre de kilomètres parcourus (**annexe 2, à remettre avec la copie**).

DOSSIER 3 : ANALYSE DE L'ACTIVITÉ PRÉVISIONNELLE

Suite aux conclusions positives de l'étude de marché réalisée, M. et Mme Benodet ont décidé de se lancer dans l'aventure de la création de ce restaurant. Ils ont créé une SARL qui est propriétaire du terrain et des murs.

Il pense ouvrir leur restaurant le 1^{er} juillet 2012. L'exercice comptable coïncide avec l'année civile. Il vous communique les éléments du patrimoine de l'entreprise (**document 3**) ainsi que ses prévisions d'activité pour 2012 et 2013 (**document 4**).

- 3.1. **Présenter** le bilan d'ouverture au 1^{er} juillet 2012 en complétant l'**annexe 3** (à remettre avec votre copie).
- 3.2. **Calculer** les chiffres d'affaires prévisionnels pour 2012 et pour 2013.
- 3.3. **Compléter** le tableau de gestion prévisionnel donné en **annexe 4** (à remettre avec votre copie). **Justifier** vos calculs.
- 3.4. **Analyser** à l'aide de ces résultats le projet de création d'entreprise de M. et Mme Benodet.

DOSSIER 4 : RECRUTEMENT D'UN CUISINIER

M. et Mme Benodet envisagent de recruter rapidement un jeune cuisinier formé en lycée hôtelier.

Ils décident de publier une annonce dans Ouest France. Ils se sont entretenus avec plusieurs candidats et l'un d'entre eux a été retenu. Ils ont préparé un courrier d'embauche (**document 5**). Ils vous demandent votre point de vue sur cette lettre d'embauche.

- 4.1. **Définir** le contrat de travail et **citer** les mentions obligatoires.
- 4.2. **Préciser** si cette lettre d'embauche peut faire office de contrat de travail. **Justifier** votre réponse.
- 4.3. **Rappeler** les obligations de chaque partie au contrat.
- 4.4. **Indiquer** si la durée hebdomadaire de travail de 39 heures fixée par l'employeur est légale en hôtellerie-restauration. **Justifier** votre réponse.



Découvrir rapidement la création d'une entreprise

Pour construire un projet de création d'entreprise et augmenter ses chances de succès, il est recommandé d'agir avec méthode en respectant des étapes chronologiques.

D'abord trouver une idée de création d'entreprise, puis vérifier la bonne adéquation entre son projet personnel et les exigences liées à l'exploitation de cette idée. L'idée se transformera ainsi progressivement en projet, puis en entreprise si une étude de marché sérieuse confirme qu'elle est susceptible d'intéresser une clientèle suffisante.

Une bonne analyse de la clientèle visée permet de vérifier la faisabilité du projet et de déterminer le chiffre d'affaires prévisionnel de la future entreprise.

L'élaboration de prévisions financières - ou comptes prévisionnels - est indispensable pour s'assurer de la rentabilité du projet de création et éviter de naviguer à vue.

Rédiger ces comptes et les intégrer dans un plan d'affaires facilite la recherche de financement, l'obtention d'aides et la gestion future de l'entreprise.

Le choix d'un statut juridique est nécessaire pour permettre à l'entreprise d'exercer son activité en toute légalité. Il détermine les formalités d'immatriculation à effectuer pour donner vie à l'entreprise.

L'installation de l'entreprise et le démarrage de l'activité constituent les dernières étapes de la création de l'entreprise.

Bien entendu, une excellente connaissance du métier, du secteur d'activité, et des obligations fiscales, comptables et sociales de la nouvelle entreprise sont des facteurs-clés pour vivre au mieux les premiers mois d'activité et se donner un maximum de chances de réussite. A la fin de chaque étape, une synthèse écrite préparera la rédaction du plan d'affaires.

Extrait du site <http://www.apce.com>

Renseignements obtenus pour l'acquisition d'un véhicule réfrigéré

M. Benodet a retenu 2 possibilités :

- Informations auprès du concessionnaire Renault de Rennes :
 - Véhicule utilitaire d'occasion (2 ans) : 9 100 € HT
 - Aménagement nécessaire pour la partie réfrigérée : 800 € HT
 - Décoration professionnelle sur la carrosserie : 125 € HT
 - Remise de 10 % pour les clients professionnels sur le prix du véhicule.
- Informations auprès du site internet "Au Bon Coin" :
 - Véhicule d'occasion (2 ans) de type utilitaire : 9 000 € HT
 - Revendu par M. Léna, charcutier-traiteur à Saint Malo
 - Remise en état : 225 € HT
 - Décoration professionnelle réalisée par la Société DesignPro : 135 € HT

Renseignements obtenus pour l'amortissement d'un véhicule réfrigéré

M. Benodet s'est renseigné auprès de différentes entreprises de restauration utilisant le même type de véhicule. A partir des informations obtenues et selon son usage professionnel (approvisionnement régulier de produits périssables sur Saint Malo...), Il envisage d'effectuer 3 000 km maximum par an.

En tenant compte du développement de son activité et aussi d'une amélioration de son organisation, il a fixé le nombre de kilomètres parcourus par an, sachant qu'il a prévu d'utiliser ce véhicule sur 4 ans.

- Année 1 : 2 250 km (mise en service en juillet de l'année 1)
- Année 2 : 3 000 km
- Année 3 : 2 800 km
- Année 4 : 2 800 km

ÉLÉMENTS DU PATRIMOINE DE L'ENTREPRISE AU 1^{er} JUILLET 2012

- Terrain 100 000 €
- Construction pour 200 000 €
- Installations générales (électricité, plomberie) : 50 000 €
- Installations techniques: 20 000 €
- Mobilier professionnel : 30 000 €
- Autres immobilisations : 10 000 €
- Apport du couple : 300 000 €
- Emprunt bancaire : 120 000 € (contracté le 1^{er} juillet 2012)

PRÉVISIONS D'ACTIVITÉ 2012 et 2013

Ratio matières objectif : 35 % du chiffre d'affaires HT

Autres charges : 3 500 € par mois la 1^{ère} année
3 200 € par mois les années suivantes

Ces autres charges comprennent une redevance mensuelle de 80 € HT pour un équipement financé sur 4 ans par crédit-bail.

Charges de personnel :

- M. et Mme Benodet seront salariés. Ils évaluent leurs salaires mensuels à 800 € brut par personne.
- Ils envisagent d'embaucher un cuisinier à plein temps et une serveuse à mi-temps pour un montant total mensuel de 2 500 € brut.
- Les charges patronales s'évaluent à 40 % de la rémunération brute.
- Pour les deux premières années d'activité, il n'est pas envisagé d'augmentation de salaire.

Amortissements des immobilisations :

- Pour l'année 2012, la dotation s'élèvera à 11 750 €.
- Pour l'année 2013, elle sera de 23 500 €.

Extrait du tableau de remboursement d'emprunt :

Année	Capital restant dû	Amortissement de l'emprunt	Intérêts	Annuités
2013	120 000	17 753	5 700	23 453
2014	102 247	18 596	4 857	23 453

Ventes prévisionnelles :

La salle aura une capacité de 50 couverts, l'établissement n'assurera qu'un service par jour. Le couple Benodet espère un taux de fréquentation de 50 % pour 2012 et de 60 % l'année suivante.

Ils n'envisagent pas de fermeture annuelle les premières années d'activité et ils veulent respecter 2 jours de fermeture hebdomadaire, le restaurant sera donc ouvert 262 jours par an. L'ouverture étant fixée le 1^{er} juillet 2012, il y aura 131 jours d'activité pour 2012.

Ils se fixent un ticket moyen de 25 € HT pour la première année et comptent sur une augmentation de 10 % de ce ticket moyen pour 2013.

En 2013, ils vont développer une activité supplémentaire de réceptions familiales (baptêmes, mariages, cousinades...). Ils veulent dégager un chiffre d'affaires de 25 200 € HT grâce à ces prestations.

EXTRAIT DU COURRIER D'EMBAUCHE DU CUISINIER

Saint Jouan, le 15 juin 2012

Monsieur,

Suite à notre entretien du 12 juin passé, par la présente, nous vous confirmons votre embauche dans notre entreprise à compter du 1er juillet 2012.

Comme négocié :

- *Vous serez nommé comme CUISINIER POLYVALENT, sous la responsabilité directe de M. BENODET.*
- *Vos fonctions consisteront notamment à :*
 - *Préparer, accommoder les matières premières en vue de leur transformation en produits finis façon restauration traditionnelle et aussi contemporaine.*
 - *Assurer des fabrications de pâtisserie, plancha et enfin grill.*
 - *Veiller à la bonne tenue en hygiène et propreté des postes occupés.*
 - *Assurer la plonge occasionnellement.*
- *Votre rémunération mensuelle brute est fixée à 1 800 euros, ce pour 39 heures hebdomadaires de travail.*
- *Vous bénéficiez bien sûr d'un repos de 2 jours hebdomadaires et de jours de congés payés réglementaires.*
- *Vous serez en période d'essai durant un mois à compter de votre embauche. Cette période sera donc réputée se terminer le 1er août 2012.*
- *Votre lieu de travail est fixé à l'adresse d'exploitation suivante :*
Route de SAINT-JOUAN –DES-GUERETS
35 430 ILLE ET VILAINE

.../...

ÉTAPES À SUIVRE POUR CRÉER UNE ENTREPRISE

Étapes à suivre	Contenu (pour quoi faire ?)

TABLEAU D'AMORTISSEMENT PRÉVISIONNEL DU VÉHICULE RÉFRIGÉRÉ
(Arrondir à l'euro le plus proche)

Années	Base amortissable	Nombre de km parcourus	Amortissement	Amortissement cumulé	VNC fin d'exercice

Détails des calculs pour la première année :

BILAN D'OUVERTURE AU 1er JUILLET 2012
AUBERGE DES GLYCINES

ACTIF		PASSIF	
<u>ACTIF IMMOBILISÉ</u>		<u>CAPITAUX PROPRES</u>	
<u>ACTIF CIRCULANT</u>		<u>DETTES</u>	
Disponibilités (Banque)			
TOTAL ACTIF		TOTAL PASSIF	

TABLEAU DE GESTION PRÉVISIONNELLE
(Arrondir à l'euro le plus proche)

	2012		2013	
	Montant	%	Montant	%
Chiffre d'affaires HT		100		100
Consommation matières				
MARGE BRUTE				
Salaires bruts				
Charges patronales				
MARGE SUR COÛT PRINCIPAL				
Frais généraux				
RÉSULTAT BRUT D'EXPLOITATION (R.B.E)				
Redevances de crédit-bail				
Intérêts d'emprunts				
Dotations aux amortissements				
RÉSULTAT COURANT AVANT IMPÔT (R.C.A.I)				

MATHÉMATIQUES

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

EXERCICE N° 1 (8 points)

ORGANISATION D'UNE ACTIVITE TOURISTIQUE

Un complexe hôtelier accueille 400 vacanciers de divers continents parmi lesquels 90 Européens.

Lors de la réservation, chaque vacancier a dû remplir une fiche sur laquelle il lui était demandé s'il comptait participer ou non au stage de plongée organisé par l'hôtel. Suite à l'analyse des fiches, le directeur constate que :

- il y a deux fois plus d'Américains que d'Européens ;
- 120 personnes ont choisi de participer au stage de plongée ;
- 20 % des clients Européens ont choisi de participer au stage de plongée ;
- $\frac{2}{5}$ des clients Américains ont choisi de participer au stage de plongée.

1. Recopier et compléter le tableau récapitulatif suivant :

Clients	Européens	Américains	Autres continents	Total
Participent au stage de plongée				120
Ne participent pas au stage de plongée				
Total	90			400

Dans les questions qui suivent, on donnera les résultats sous forme décimale.

2. On tire une fiche au hasard parmi les 400 fiches récupérées. À l'aide du tableau précédent, calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Le client est Européen »

B : « Le client n'est pas Européen »

C : « Le client a choisi de participer au stage de plongée »

3. Définir par une phrase l'événement \bar{C} et calculer sa probabilité.

4. Définir par une phrase les événements $A \cap C$ et $A \cup C$ et calculer leur probabilité.

5. La fiche prélevée au hasard est celle d'un client ni Européen, ni Américain. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi de participer au stage de plongée ? (On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible).

EXERCICE N° 2 (12 points)

ETUDE DE MARCHE

La société DOLYG a mis au point un logiciel de gestion hôtelière ; x désigne le prix proposé (en €) et y le nombre d'hôtels disposés à acheter le logiciel au prix x .

L'enquête menée auprès de 500 hôtels a donné les résultats suivants :

Prix proposé en € x_i	1000	1200	1400	2400	3000	3600	4200	4800	5400	6000
Nombre d'hôtels y_i	500	490	440	340	280	200	150	100	70	30

Exemple de lecture du tableau : parmi les 500 hôtels 280 sont disposés à acheter le logiciel 3000 €
parmi les 500 hôtels 30 sont disposés à acheter le logiciel 6000 €

Partie A : étude statistique

1) Représenter sur une feuille de papier millimétré le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ de cette série statistique dans un repère orthogonal $(O ; I, J)$ d'unités graphiques :

sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 400 €

sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 50 hôtels

2) a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des 5 premiers points du nuage (i variant de 1 à 5). Calculer les coordonnées du point moyen G_2 des 5 derniers points (i variant de 6 à 10).

b. Placer les points G_1 et G_2 dans le repère orthogonal. Tracer la droite d'ajustement (G_1G_2) .
Montrer que cette droite a pour équation $y = -0,10x + 590$.

3) a. En utilisant la droite d'ajustement, déterminer graphiquement le nombre d'hôtels disposés à acheter le logiciel si son prix est de 2800 € (on fera apparaître les constructions utiles). Vérifier votre résultat à l'aide de l'équation de la droite (G_1G_2) .

b. À l'aide de l'équation de la droite (G_1G_2) , calculer le prix de vente du logiciel à ne pas dépasser pour qu'il y ait au moins 400 hôtels acheteurs.

☞ Partie B : maximisation du bénéfice

On suppose que le coût total de production du logiciel ne dépend pas du nombre de logiciels vendus et est fixé à 230 000 €.

1. En vous aidant des résultats obtenus à la question 3)a. de la partie A, quel bénéfice la société DOLYG peut-elle espérer si le prix du logiciel est fixé à 2 800 € ?
On rappelle que : bénéfice = prix du logiciel × nombre de logiciels vendus - coût total de production.

2. On note $f(x)$ le bénéfice que la société DOLYG tire de la vente du logiciel, où x représente le prix proposé pour celui-ci.
 - a. En utilisant l'ajustement de la partie A, donner le nombre de logiciels vendu en fonction de x .
 - b. Montrer que $f(x) = -0,10x^2 + 590x - 230\,000$.

3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,000 ; 6000]$ par $f(x) = -0,10x^2 + 590x - 230\,000$.
 - a. Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f .
 - b. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[1\,000 ; 6\,000]$.
 - c. Déterminer le prix de vente du logiciel qui rend le bénéfice prévisible maximum. Quel serait alors ce bénéfice ?

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE HOTELIERIE

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

Ce formulaire est un document de travail. Vous ne devez y porter aucune annotation ou rature. A la fin de l'épreuve, il sera remis au surveillant ou à l'examinateur.

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i ; \quad V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) ; \quad P(\Omega) = 1 ; \quad P(\emptyset) = 0$$

Dans le cas équiprobable :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$$

III. ALGÈBRE

A. SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

$$\text{Si } b \neq 1, \quad S_n = 1 + b + b^2 + \dots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$$

$$\text{Si } b = 1, \quad S_n = n + 1$$

B. IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

C. ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Soient a, b, c des nombres réels, $a \neq 0$, et $\Delta = b^2 - 4ac$.

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, une solution réelle double

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

IV. ANALYSE

A. PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln ab = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\text{Si } x \in]-\infty, +\infty[\text{ et } y \in]0, +\infty[,$$

$$y = \exp x = e^x \text{ équivaut à } x = \ln y$$

$$e^0 = 1$$

$$e^{a+b} = e^a e^b$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$a^x = e^{x \ln a} \quad (a > 0)$$

$$(e^a)^b = e^{ab}$$

$$\ln a^x = x \ln a$$

B. LIMITES USUELLES DE FONCTIONS

Comportement à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$$

Croissances comparées à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty, \quad n \text{ entier naturel}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0, \quad n \text{ entier naturel non nul}$$

C. DÉRIVÉES ET PRIMITIVES (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle de validité
k	0	$]-\infty, +\infty[$
x	1	$]-\infty, +\infty[$
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty, +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty, 0[\text{ ou }]0, +\infty[$
$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty, 0[\text{ ou }]0, +\infty[$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty, +\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1} u'$$