

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2013

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS

Le sujet comporte neuf pages numérotées de 1 à 9.

Les annexes (pages 7, 8 et 9) sont à rendre avec la copie.

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 2

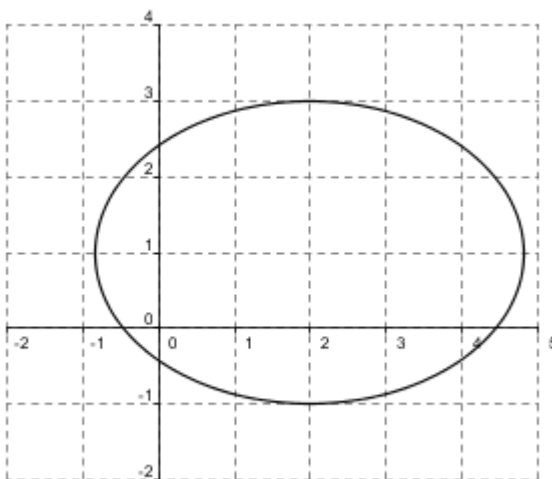
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1 (5 points)

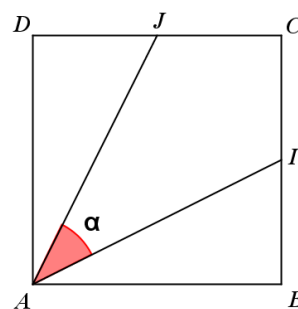
Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Le candidat portera sur la copie, sans justification, le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Il est attribué un point si la réponse est exacte, aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

1. On se place dans un repère orthonormé. L'équation cartésienne de l'ellipse dont la représentation graphique est donnée ci-dessous est :



- a) $\frac{(x-2)^2}{8} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ b) $\frac{(x-2)^2}{2} + (y-1)^2 = 1$
c) $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{8} = 1$ d) $\frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

2. $ABCD$ est un carré.
 I et J sont les milieux respectifs de $[BC]$ et $[CD]$.

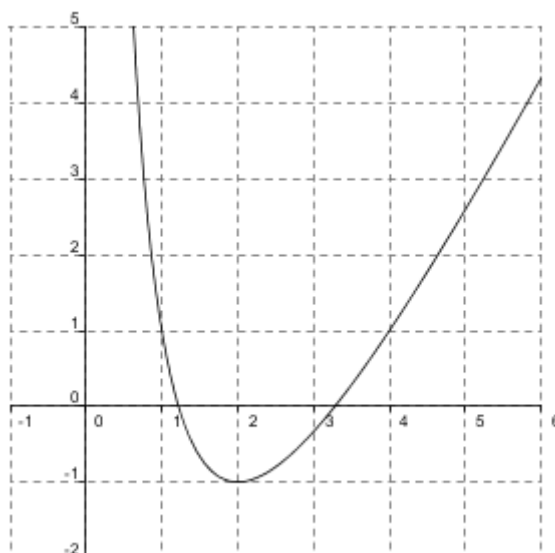


- a) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ b) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ c) $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ d) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

3. Soit C la courbe représentative de $x \mapsto \frac{2}{x}$; la tangente à C au point d'abscisse 2 a pour équation réduite :

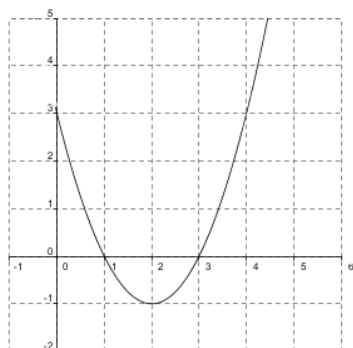
- a) $y = x - \frac{3}{2}$ b) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ c) $y = \frac{1}{2}x$ d) $y = \frac{1}{2}x - 3$

4. On considère une fonction f dérivable sur $]0; +\infty[$ dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est tracée ci-dessous.

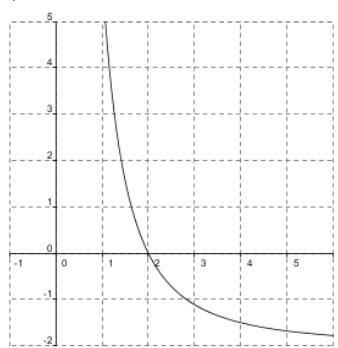


Parmi les trois courbes ci-dessous, laquelle est la courbe représentative de la fonction f' ?

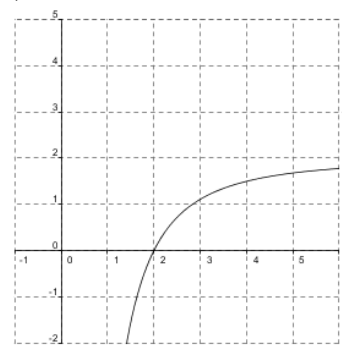
a)



b)



c)



5. Une solution de l'équation $(\log x)^2 + 2 \log x - 3 = 0$ est :

a) 10^{-3}

b) -10^3

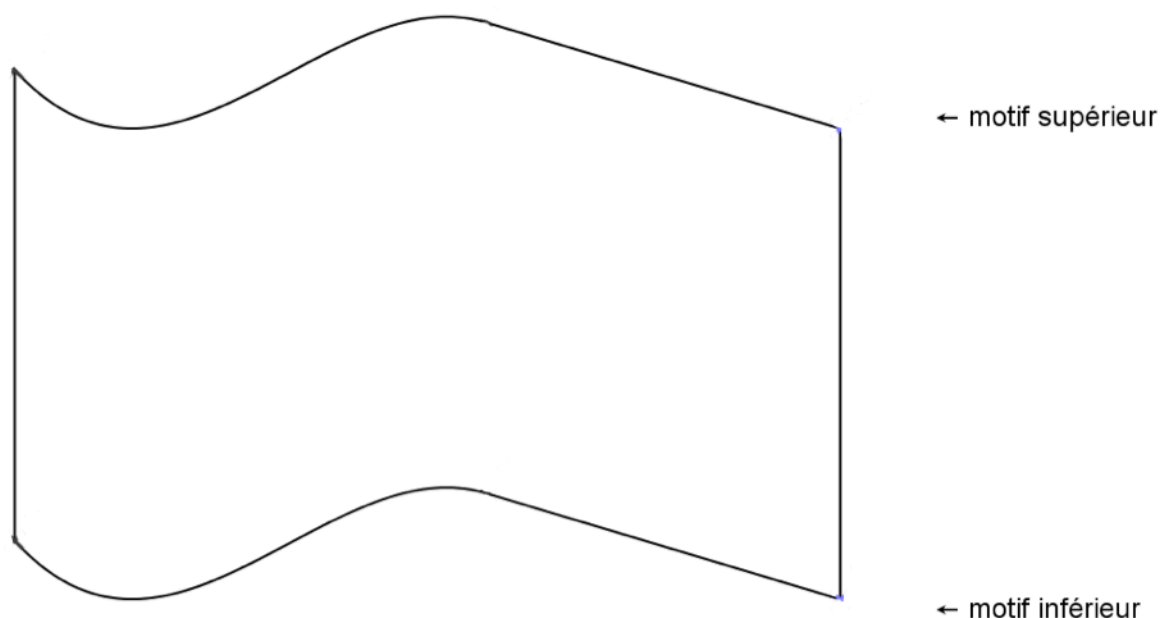
c) 10^3

d) -10^{-3}

EXERCICE 2 (10 points)

Sur Internet, un site de banque d'images propose une illustration du drapeau flottant au vent de chaque nation ou région.

On se propose de réaliser un prototype de ce drapeau comme le montre le schéma ci-dessous.



Partie A Étude de la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par

$$f(x) = -x^3 + 7x^2 - 11x$$

La courbe \mathcal{C} représentant f dans un repère orthogonal est tracée en annexe 3 page 9.

- 1) Montrer que pour tout x , on a $f(x) = x(-x^2 + 7x - 11)$.
- 2) a) Résoudre dans l'intervalle $[0; 4]$ l'équation $f(x) = 0$. La solution non nulle sera notée x_E .
b) On note E le point de \mathcal{C} d'abscisse x_E . Placer le point E sur cette courbe, sur l'annexe 3.
- 3) Étudier le signe du trinôme du second degré $-3x^2 + 14x - 11$ sur \mathbb{R} .
- 4) En déduire le tableau de variation de f sur $[0; 4]$.

On donnera une valeur approchée à 0,01 près du maximum de f sur $[0; 4]$

Partie B Raccordement de deux courbes

On souhaite terminer le motif inférieur du drapeau en raccordant au point $A(4 ; 4)$ la courbe C à une autre courbe D .

On appelle g la fonction affine définie sur $[4; 7]$ par :

$$g(x) = -3x + 16$$

On note D la représentation graphique de g dans le repère de la partie A.

- 1) Tracer D sur l'annexe 3 page 9 (on se limite à l'intervalle $[4 ; 7]$).
- 2) Montrer par un calcul que A est un point commun à C et D .
- 3) Calculer le coefficient directeur de la tangente à C au point A .
- 4) En déduire que la tangente au point A à C et la droite D sont confondues.

Partie C Fin de la construction du prototype

On considère le vecteur \vec{u} dessiné sur l'annexe 3 (page 9).

On appelle t la translation de vecteur $8\vec{u}$.

Le motif supérieur est l'image du motif inférieur par la translation t .

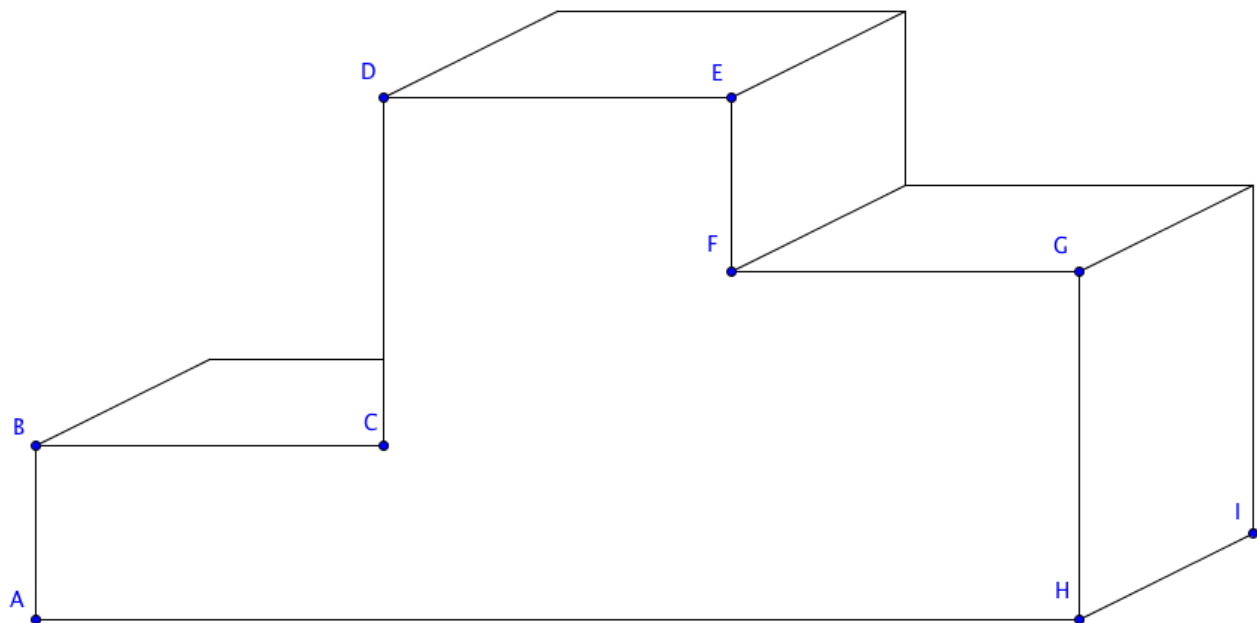
Achever sur l'annexe 3 (page 9) la construction du dessin du drapeau flottant au vent.

EXERCICE 3 (5 points)

Lors des Jeux Olympiques de Londres, un caméraman souhaite avoir un certain point de vue sur le podium des médaillés. Le podium est formé par l'assemblage de trois pavés droits.

Sur la figure suivante (page 6), le podium est représenté en perspective parallèle.

Les longueurs CD et GH sont égales, ainsi que les longueurs AB et EF . On sait de plus que la longueur CD est le double de la longueur AB .

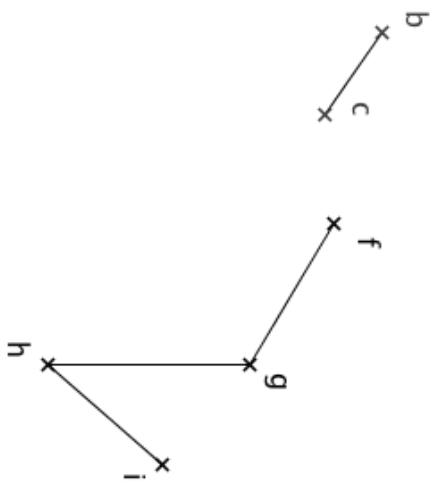


- 1) Construire sur l'annexe 1 (page 7) la représentation de ce podium en perspective centrale. Les points v et v' sont les points de fuite respectifs des droites (AH) et (HI). Les images des points A, B, C, D, E, F, G, H et I dans la représentation en perspective centrale sont notées avec des lettres minuscules a, b, c, d, e, f, g, h et i.

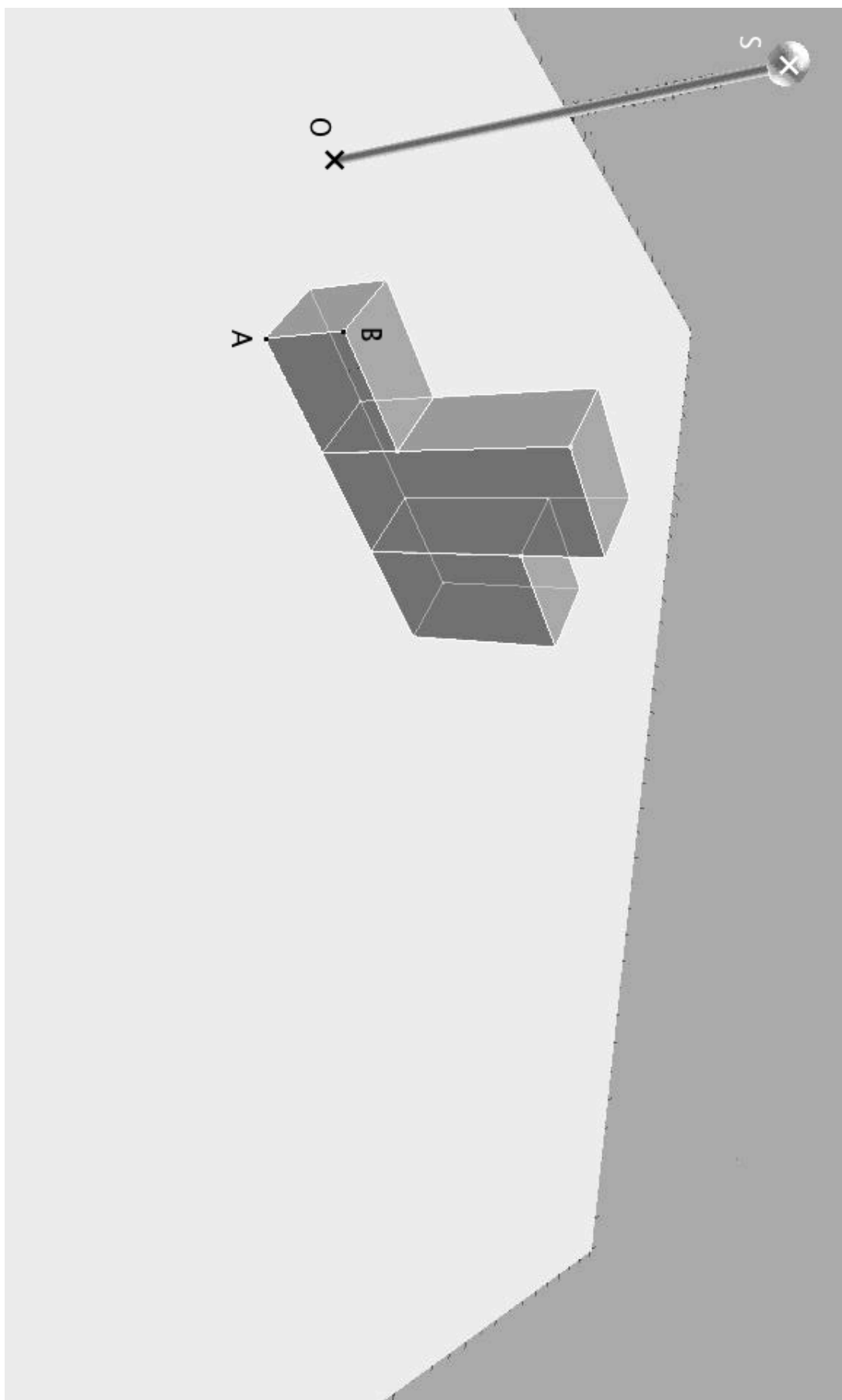
On laissera apparents les traits de construction.

- 2) Un lampadaire vertical est placé à proximité du podium en O. La source lumineuse se situe au sommet du lampadaire en S. On utilise un logiciel de modélisation 3D pour représenter la scène en « plongée » (voir l'annexe 2 page 8). L'objectif est de construire l'ombre du podium générée par cet éclairage.
 - a) Justifier que les points O, S, A et B appartiennent à un même plan.
 - b) Construire sur l'annexe 2 le point B' correspondant à l'ombre du point B, en laissant apparents les traits de construction.
- 3) Achever sur l'annexe 2 page 8 la construction de l'ombre du podium générée par cette source lumineuse.

Annexe 1, à rendre avec la copie



Annexe 2, à rendre avec la copie



Annexe 3, à rendre avec la copie

