

# **BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR**

## **SERVICES INFORMATIQUES**

### **AUX ORGANISATIONS**

**SESSION 2013**

### **SUJET**

#### **ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES**

**Sous épreuve EF2 - Mathématiques**  
**Épreuve facultative**

**Durée : 2 heures**

**Calculatrice autorisée**, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

**Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

**Il comprend 4 pages numérotées de la page 1/4 à la page 4/4.**

## Exercice 1 (10 points)

### Partie A

Dans cette partie, on arrondira les résultats au centième.

Le nombre d'internautes en France est donné (en millions) dans le tableau suivant :

Année	2001	2003	2005	2007	2009	2011
$x$ : rang de l'année	1	3	5	7	9	11
$y$ : nombre d'internautes (en millions)	12,86	20,67	25,07	29,55	33,64	39,36

Source : d'après Médiamétrie

1. Donner le coefficient de corrélation linéaire entre les séries  $x$  et  $y$ . Arrondir le résultat au centième.
2. On envisage un ajustement affine. Donner une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés.  
Arrondir les coefficients au centième.
3. En utilisant l'équation précédente, estimer le nombre d'internautes en 2015, en arrondissant le résultat au demi-million.

### Partie B

Dans cette partie, on arrondira les probabilités au millième.

Dans un lycée, le foyer des lycéens a dénombré les élèves utilisant l'internet mobile. La répartition de ces élèves est donnée dans le tableau suivant.

	Filles	Garçons	Total
Utilisent l'internet mobile	148	171	319
N'utilisent pas l'internet mobile	81	50	131
Total	229	221	450

1. On prélève au hasard une fiche dans le fichier des élèves du lycée. On admettra que toutes les fiches ont la même probabilité d'être prélevées.  
On note :
  - $G$  l'événement : « la fiche prélevée est celle d'un garçon » ;
  - $M$  l'événement : « la fiche prélevée est celle d'un élève utilisant l'internet mobile ».
  - a) Calculer la probabilité de prélever la fiche d'un garçon.
  - b) Montrer que la probabilité de prélever la fiche d'un garçon utilisant l'internet mobile est égale à 0,38.
  - c) Calculer la probabilité de prélever la fiche d'une fille, sachant que l'élève correspondant n'utilise pas l'internet mobile.
  - d) Calculer la probabilité  $P_M(G)$  et interpréter le résultat.
2. On prélève au hasard et avec remise 40 fiches dans le fichier des élèves du lycée. On admettra que toutes les fiches ont la même probabilité d'être prélevées.

On note  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de garçons utilisant l'internet mobile parmi les fiches prélevées.

- a) Montrer que la variable  $X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n = 40$  et  $p = 0,38$ .
- b) Calculer la probabilité  $P(8 \leq X \leq 10)$ .

3. On admet que la loi de la variable aléatoire  $X$  peut être approchée par celle d'une variable aléatoire  $Y$  qui suit une loi normale.

- a) On choisit pour paramètres de la loi normale  $m = 15,2$  et  $\sigma = 3,1$ . Justifier ce choix.
- b) En utilisant cette approximation, calculer la probabilité que, parmi les 40 fiches prélevées, le nombre de garçons utilisant l'internet mobile soit supérieur ou égal à 8 et inférieur ou égal à 10, c'est-à-dire calculer  $P(7,5 \leq Y \leq 10,5)$ .
- c) Calculer  $P(Y \geq 10,5)$ . Interpréter ce résultat.

On donne ci-après deux tables de valeurs.

Table de valeurs d'une variable aléatoire  $U$  qui suit une loi binomiale de paramètres  $n = 40$  et  $p = 0,38$  :

$k$	6	7	8	9	10	11	12	13
$P(U = k)$	0,0010	0,0030	0,0076	0,0166	0,0315	0,0526	0,0779	0,1028

Table de valeurs d'une variable aléatoire  $V$  qui suit la loi normale de paramètres  $m = 15,2$  et  $\sigma = 3,1$  :

$a$	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5
$P(V \leq a)$	0,0025	0,0065	0,0153	0,0330	0,0647	0,1163

## Exercice 2 (10 points)

Une entreprise pharmaceutique fabrique un sirop contre la toux.  
Sa production journalière ne peut pas dépasser 160 litres.

Le coût total de production est modélisé par la fonction  $f$  définie pour tout  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 16]$  par :  $f(x) = 0,4x + e^{-0,4x+2}$ , où  $x$  est exprimé en dizaines de litre et  $f(x)$  en centaines d'euro.

### 1. Quelques valeurs

- a) Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 16]$ .  
On arrondira les valeurs au centième.

$x$	0	1	3	5	7	9	11	13	15	16
$f(x)$	7,39	...	...						...	6,41

- b) Quel est le coût pour une fabrication journalière de 90 litres de sirop ?

### 2. Étude des variations du coût total de production

- a) On a obtenu une expression de la dérivée de la fonction  $f$  à l'aide d'un logiciel de calcul formel :  $f'(x) = 0,4(1 - e^{-0,4x+2})$ .  
Justifier ce résultat.
- b) Résoudre l'inéquation  $1 - e^{-0,4x+2} > 0$  dans l'intervalle  $[0 ; 16]$ .  
En déduire le signe de  $f'(x)$  dans l'intervalle  $[0 ; 16]$ .
- c) Dresser le tableau des variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 16]$ .  
On arrondira les valeurs au centième.
- d) Combien de litres faut-il produire pour que le coût total de production soit minimal ?  
Quel est alors le coût minimal de production ?

### 3. Représentation de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0 ; 16]$

En utilisant les résultats des questions 1 et 2, représenter graphiquement la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 16]$  dans un repère orthonormé.  
On prendra 1 cm pour unité sur chacun des deux axes.

### 4. Étude graphique du bénéfice

Chaque litre de sirop est vendu 7,50 €. On suppose que toute la production est vendue.

- a) Pour la production et la vente de  $x$  dizaines de litres, on note  $g(x)$  le chiffre d'affaire réalisé, en centaines d'euro. Vérifier que  $g(x) = 0,75x$ .
- b) Tracer dans le même repère que précédemment la représentation graphique de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0 ; 16]$ .
- c) Déterminer graphiquement à partir de quelle quantité de sirop produit et vendu, exprimée en litre, l'entreprise réalise un bénéfice journalier.