

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

## INFORMATIQUE DE GESTION

**Options : - Développeur d'applications**  
**- Administrateur de réseaux locaux d'entreprise**

**SESSION 2012**

**SUJET**

**ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES I**

**Épreuve obligatoire**

**Durée : 3 heures**

**coefficient : 2**

***Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :***

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

**Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Il comprend :**

- **6 pages numérotées de la page 1/6 à 6/6.**
- **le formulaire de mathématiques composé de 4 pages.**

## Exercice 1 (7 points)

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Une société est chargée de la réservation et de la distribution de billets pour les Jeux Olympiques 2012. Cette société étudie d'abord la fréquentation de son site internet (Partie A) puis les types de demandes faites sur ce site (Partie B).

### Partie A

Au cours des premiers mois d'ouverture du site, l'observation du nombre de visites donne le tableau ci-dessous :

Rang du mois : $x_i$	1	2	3	4	5
Nombre de visites : $y_i$	450	510	561	601	624

#### 1. Étude statistique

- En utilisant la calculatrice, calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série  $(x_i; y_i)$ .  
Le résultat sera arrondi au millième.
- Donner une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .  
*Aucune justification n'est demandée.*
- Calculer, à l'aide de cette équation, les valeurs obtenues pour les mois du rang 1 au rang 5.  
Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

#### 2. Étude d'une suite

On définit deux suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  de la façon suivante :

- la suite  $(u_n)$  par  $u_1 = 450$  et  $u_{n+1} = 0,8u_n + 150$ , pour tout entier naturel  $n$  non nul ;
  - la suite  $(v_n)$  par  $v_n = u_n - 750$ , pour tout entier naturel  $n$  non nul.
- Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
  - Exprimer  $v_n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - Calculer les cinq premiers termes de la suite  $(u_n)$ . Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

#### 3. Comparaison des méthodes

En supposant que les résultats des questions 1. c) et 2. c) fournissent des approximations des termes de la série des  $y_i$  tableau initial, quelle est la meilleure des méthodes utilisées ? Justifier.

## Partie B

Devant l'afflux des demandes, cette société met en place des critères de sélection des candidats. Elle définit les trois variables booléennes suivantes :

- $a = 1$  si la personne est âgée de 30 ans ou plus ;
- $b = 1$  si la personne possède une licence sportive ;
- $c = 1$  si la personne souhaite un hébergement en hôtel.

Les demandes acceptées seront celles des personnes ayant :

- moins de 30 ans et titulaires d'une licence sportive ;
- ou âgées de 30 ans ou plus et demandant un hébergement en hôtel ;
- ou titulaires d'une licence sportive et demandant un hébergement autre qu'en hôtel.

1. Traduire par une fonction booléenne  $E$  le fait qu'une demande soit acceptée.
2. Construire un diagramme de Karnaugh pour la fonction  $E$ .
3. Simplifier  $E$  en utilisant le diagramme précédent ou un calcul booléen.
4. Traduire par une phrase la simplification de  $E$ .

## Exercice 2 (6 points)

**Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.**

### Partie A : QCM (Questionnaire à choix multiples)

Dans cette partie, pour chaque question, une seule réponse est correcte.

Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Une absence de réponse ou une réponse fausse n'enlève ni ne rapporte aucun point.

Aucune justification n'est demandée.

On notera sur la copie le numéro de la question, suivi de la lettre correspondant à la réponse proposée.

Des météorologues créent différents modèles statistiques pour les prévisions sur la période des Jeux Olympiques du 27 juillet 2012 au 12 août 2012, c'est-à-dire sur les 17 jours de compétition.

#### Premier modèle

Les journées de pluie sont indépendantes les unes des autres et la probabilité qu'il pleuve un jour donné est 0,2.

##### Question 1

Dans ce cas, la probabilité qu'il ne pleuve pas durant les Jeux Olympiques est :

- a)  $17 \times 0,8$                       b)  $0,8^{17}$                       c)  $1 - 0,2^{17}$                       d)  $0,8 \times 0,2$

### Question 2

Dans ce cas, la probabilité (approchée à  $10^{-4}$  près) qu'il pleuve au plus un jour durant les Jeux Olympiques est :

- a) 0,2                      b) 0,0045                      c) 0,1182                      d) 0,9719

### **Deuxième modèle**

La probabilité qu'il pleuve le jour de la cérémonie d'ouverture est 0,2 ; s'il pleut un jour donné, la probabilité qu'il pleuve aussi le lendemain est 0,5 ; s'il ne pleut pas un jour donné, la probabilité pour qu'il ne pleuve pas non plus le jour suivant est 0,6.

### Question 3

Dans ce cas, la probabilité qu'il pleuve les deux premiers jours des Jeux Olympiques est :

- a)  $0,2 + 0,5$                       b)  $0,2 \times 0,5$                       c)  $0,4 + 0,5$                       d)  $0,8 \times 0,4$

### Question 4

Dans ce cas, la probabilité qu'il pleuve un jour et un seul sur les deux premiers jours des Jeux Olympiques est :

- a) 0,5                      b) 0,9                      c) 0,7                      d) 0,42

### **Partie B : loi normale**

Une enquête est faite auprès de personnes désirant acheter des produits dérivés.

On choisit au hasard un individu parmi ces personnes. La variable aléatoire  $X$  donnant la somme envisagée par cet individu, exprimée en euros, suit la loi normale de moyenne 450 et d'écart-type 40.

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondie au centième, en utilisant la calculatrice ou la table.

1. Calculer la probabilité  $P(400 \leq X \leq 500)$ .
2. Calculer la probabilité que l'individu envisage de dépenser plus de 480 €.
3. Calculer la probabilité que l'individu envisage de dépenser entre 420 € et 550 €.

### Exercice 3 (7 points)

#### Partie A

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[1 ; 17]$  par  $f(t) = t(7 - 2 \ln t)$ .

- Calculer la dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; 17]$ .
- Résoudre sur  $[1 ; 17]$  l'inéquation :  $5 - 2 \ln t > 0$ .
  - En déduire les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; 17]$ .
  - Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .  
On donnera la valeur exacte du maximum de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; 17]$ .
- Reproduire et compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs arrondies au centième.

$t$	1	5	10	11	12	13	14	16	17
$f(t)$	7		23,95				24,11		

#### Partie B

Une chaîne de magasins britannique a obtenu l'exclusivité de la commercialisation des produits dérivés des Jeux Olympiques de Londres 2012 sur les différents sites de la compétition entre le 27 juillet 2012 et le 12 août 2012.

Une étude d'impact a permis d'estimer que les recettes journalières, en milliers d'euros, issues de la vente de ces produits dérivés sont données par  $f(n)$ , avec  $n \in [1 ; 17]$ , où  $f$  est la fonction de la **partie A** et  $n$  est le  $n$ -ième jour des Jeux Olympiques (le 27 juillet, étant le 1<sup>er</sup> jour, correspond à  $n = 1$ ).

- Déterminer une estimation de la recette journalière du 31 juillet 2012 (qui correspond à  $n = 5$ ) pour cette chaîne de magasins. Donner une valeur approchée du résultat à un millier d'euros près.
- Déterminer la date à laquelle la chaîne de magasins réalisera une recette journalière maximale et donner une estimation approchée à un millier d'euros près de cette recette.
- Une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; 17]$ , obtenue à l'aide d'un logiciel de calcul formel, est définie par  $F(t) = t^2(4 - \ln t)$ .  
En déduire la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; 17]$ .

#### Partie C

Pour rembourser une partie des emprunts contractés pour la réalisation des infrastructures des Jeux, le comité d'organisation prélève sur chaque recette journalière de cette chaîne de magasins, une taxe de 15 % sur la part de la recette excédant 20 milliers d'euros.

- Montrer que si le  $n$ -ième jour des Jeux Olympiques, la recette dépasse 20 milliers d'euros, alors le montant  $I(n)$  de la taxe, exprimé en milliers d'euros, est donné par l'expression :
$$I(n) = 1,05n - 3 - 0,3n \ln n.$$
- La taxe est-elle perçue le quatrième jour des Jeux Olympiques ? Justifier brièvement.
- La représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  définie dans la **partie A** est donnée en **annexe**.  
Déterminer graphiquement le nombre de jours où le comité d'organisation pourra prélever effectivement cette taxe.

## Annexe

