BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

TECHNICIEN DU BÂTIMENT ORGANISATION RÉALISATION GROS ŒUVRE

- Session 2010 -

***

Épreuve E 1 Scientifique et Technique

Sous-Épreuve B 1 – Unité U 12 –

Mathématiques et Sciences Physiques

Coefficient : 2

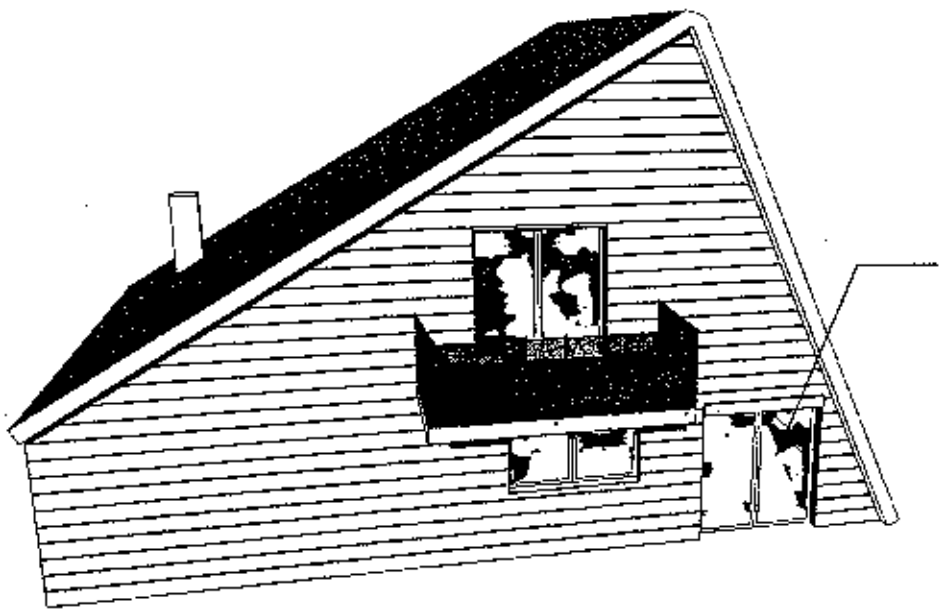
Durée : 2 heures

Remarque :

* *La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.*
* *L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*
* *L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

MATHÉMATIQUES : (15 points)

On souhaite réaliser un linteau pour installer une porte fenêtre sur la façade d'une maison.

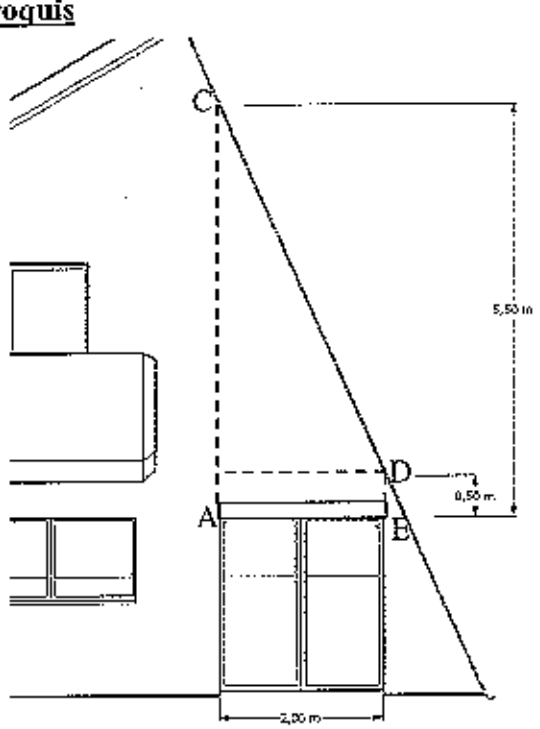


Porte-fenêtre à installer

Le but de l'exercice est d'étudier la section des barres d'acier nécessaire au ferraillage de ce linteau.

On schématise le problème de la façon suivante :

Croquis



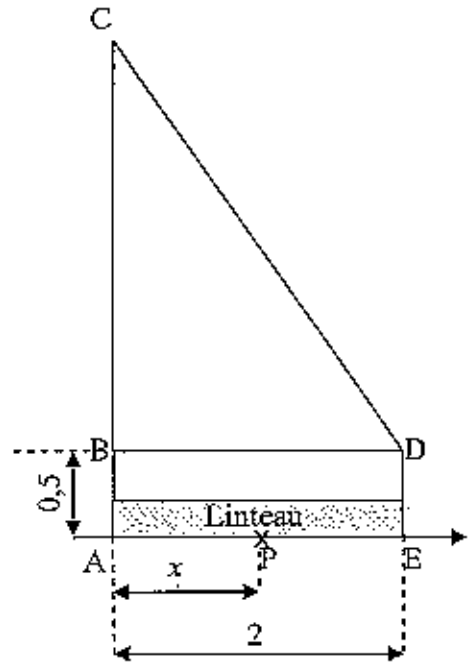
Le linteau supporte la partie du mur représentée par le trapèze rectangle ACDE.

PARTIE 1 : Calcul du moment fléchissant du linteau (5 points)

On décompose le trapèze en un rectangle ABDE et un triangle rectangle BCD.

On définit :

- ✓ $M_1(x)$ le moment fléchissant du poids de la partie du mur représentée par le rectangle ABDE,
- ✓ $M_2(x)$ le moment fléchissant du poids de la partie du mur représentée par le triangle rectangle BCD,
- ✓ $M_t(x)$ le moment fléchissant résultant sur le linteau est égal à la somme des deux moments fléchissants $M_1(x)$ et $M_2(x)$.



1 - Calculer, en m^2, l'aire du rectangle ABDE.

2 - Le moment fléchissant $M_1(x)$ en tout point M du linteau est donné par la relation :

$$M_1(x) = \frac{q_1 x}{2}(L - x)$$

Où q_1 est la charge par mètre linéaire sur le linteau. $q_1 = 210\ daN/m$,
L est la longueur AE du linteau entre appuis (en m),
x est la distance AM (en m).

Montrer que le moment fléchissant $M_1(x)$, en tout point M, est égal à : $M_1(x) = 105x^2 - 210x$

3 - On admet que le moment fléchissant $M_2(x)$, en tout point M est égal à :

$$M_2(x) = 175x^3 - 1\,050x^2 + 1\,400x$$

On rappelle que $M_t(x) = M_1(x) + M_2(x)$
Calculer $M_t(x)$.

PARTIE 2 : Étude du moment fléchissant maximal (9 points)

Pour évaluer la section des barres d'acier nécessaires au ferraillage du linteau, il est utile de connaître la valeur maximale du moment fléchissant et son point d'application.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 2] par : $f(x) = 175x^3 - 1\,155x^2 + 1\,610x$

1 - Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.

2 - Étude des variations de la fonction :

2.1 - Montrer que résoudre l'équation $f'(x) = 0$ revient à résoudre l'équation :

$$15x^2 - 66x + 46 = 0$$

2.2 - Résoudre cette équation. Arrondir les solutions au centième.

2.3 - En déduire la valeur de x pour laquelle $f'(x) = 0$ sur l'intervalle [0 ; 2].

2.4 - Compléter le tableau de variation de la fonction f donné en **annexe 1** ***(à rendre avec la copie)***.

3 - La fonction f admet un maximum pour une valeur de x, dont l'arrondi au centième est 0,87. Quelle est la valeur de ce maximum ? Arrondir la valeur à l'unité.

4 - Compléter le tableau de valeurs en **annexe 1** ***(à rendre avec la copie)***.

5 - Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère donné en **annexe 1** ***(à rendre avec la copie)***.

6 - Exploitation des résultats.

6.1 - Indiquer la valeur maximale du moment fléchissant.

6.2 - En déduire la distance AM qui correspond à ce moment fléchissant.

PARTIE 3 : Choix des armatures (2 points)

Pour prévoir le dimensionnement du ferraillage, la section nominale A_{si}, en cm^2, des barres d'acier est donnée par la relation :

$$A_{si} = \frac{1{,}15 \times M_{max}}{0{,}8 \times 4\,000 \times h}$$

où M_{max} est le moment fléchissant maximum en daN/m,

h est la hauteur du linteau en m.

1 - On admet que : $M_{max} = 650 daN/m$ et $h = 0{,}2$ m

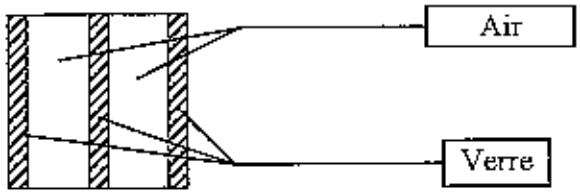
Calculer la section nominale d'acier nécessaire à la fabrication du linteau.
Arrondir la valeur au centième.

2 - À l'aide du tableau de choix de barres donné en **annexe 2**, proposer une solution de ferraillage du linteau. Justifier le choix.

SCIENCES-PHYSIQUES : (5 points)

EXERCICE 1 :

1 - La maison est équipée d'une baie vitrée en triple vitrage dont la coupe est schématisée ci-dessous:



$\lambda_{air} = 0{,}024$ W/(m.K)

$\lambda_{verre} = 0{,}81$ W/(m.K)

1.1 - L'épaisseur de chaque lame de verre est de 4 mm, celle de chaque couche d'air est de 12 mm.
Calculer, en $(m^2.K)/W$, la résistance thermique R de cette baie vitrée.
Arrondir le résultat au centième.

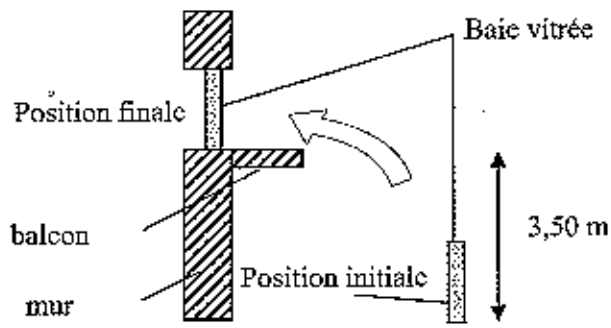
1.2 - En déduire la valeur du coefficient de transmission surfacique U_1 (en $W/(m^2.K)$) de cette baie vitrée. Arrondir le résultat au centième.

2 - Un double vitrage thermique, de qualité supérieure, possède un coefficient de transmission surfacique $U_2 = 0{,}9$ $W/(m^2.K)$.
Le triple vitrage de la baie considérée précédemment est-il plus isolant ? Justifier la réponse.

Rappel: $R = \frac{e}{\lambda}$ $\quad R = R_1 + R_2 + R_3$ ..... $\quad U = \frac{1}{R}$

EXERCICE 2 :

La baie vitrée a une masse de 165 kg.
Son installation à une hauteur de 3,50 m nécessite l'utilisation d'un treuil électrique.



1 - On estime le poids de cette baie à 1 620 N. Justifier par un calcul et par une phrase que cette estimation est correcte.

2 - Calculer, en joule, le travail utile nécessaire pour monter la baie vitrée de la position initiale (niveau zéro) à la position finale.

3 - Sachant que le travail fourni W_a par le treuil électrique est de 7 560 J et que son moteur a un rendement de 75 %, vérifier la valeur du résultat de la question précédente.

Rappel : $W = P \times h$ $\quad n = \frac{W_u}{W_a}$

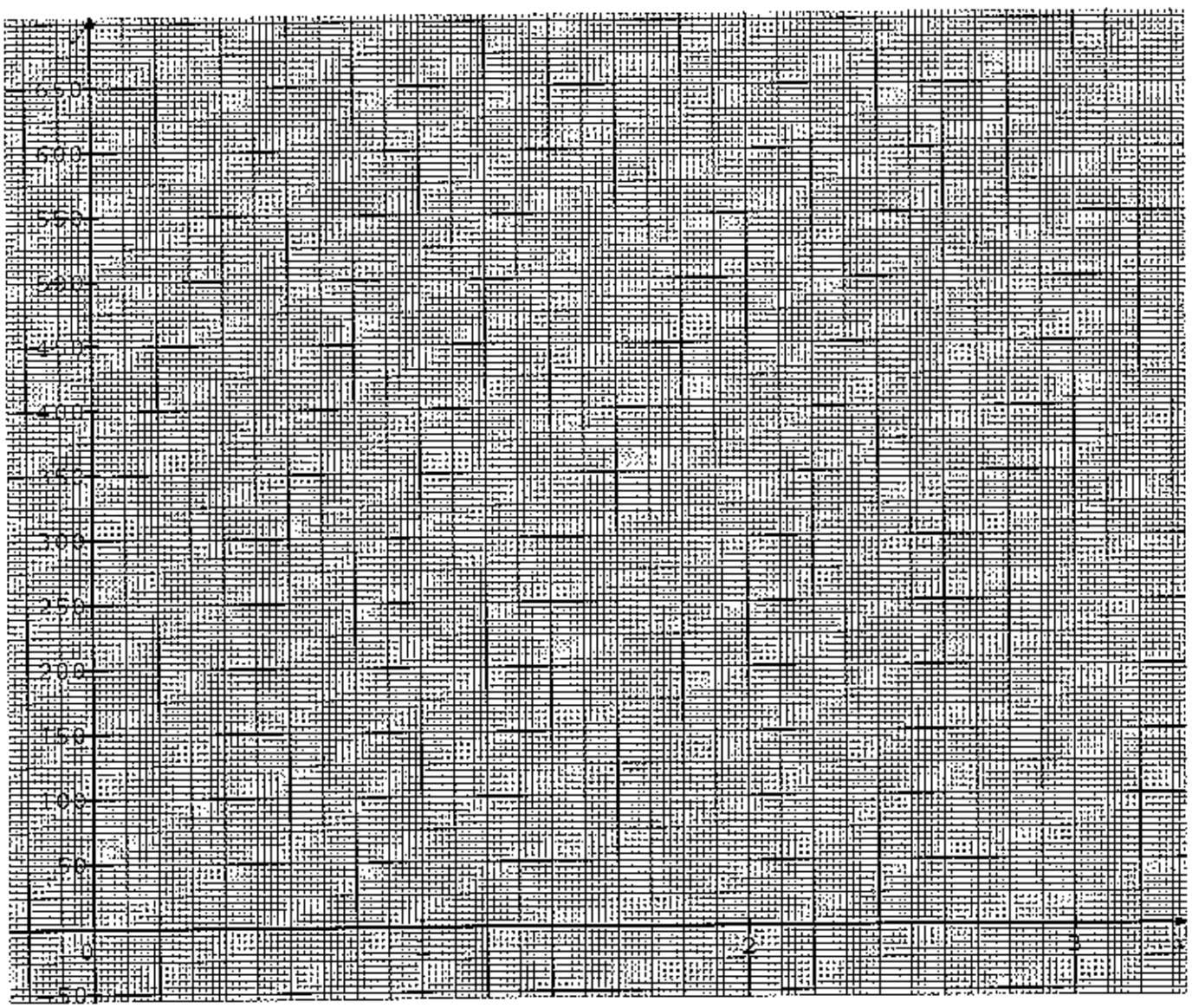
ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)

Tableau de variation de f

Valeur de x	0		2
Signe de $f'(x)$			
Variations de f			

Tableau de valeurs (arrondies à l'unité)

x	0	0,2	0,5	0,8	1	1,2	1,5	1,8	2
$f(x)$	0	277		638		571		176	



ANNEXE 2

Tableau de choix des barres d'acier

Diamètre nominal d'une barre d'acier en mm	Section nominale en cm^2 pour :		
	2 barres	3 barres	4 barres
6	0,57	0,85	1,13
8	1,01	1,51	2,01
10	1,57	2 ,36	3,14

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

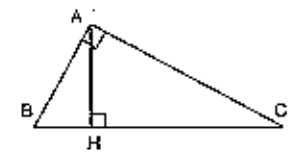
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$	$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$