BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE DE VÉHICULES AUTOMOBILES

Voitures particulières – Véhicules industriels – Motocycles

- Session 2010 -

***

Épreuve E 1
Scientifique et Technique

Sous-Épreuve E12 – Unité U 12 –

Mathématiques et Sciences Physiques

Coefficient : 2

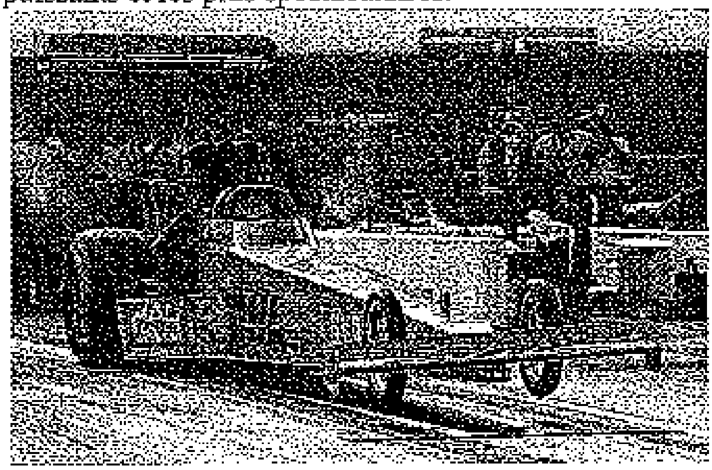
Durée : 2 heures

Remarque :

* *La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.*
* *L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*
* *L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

MATHÉMATIQUES : (15 points)

Les « Top Fuel » sont parmi les dragsters les plus puissants et les plus spectaculaires.



Ils participent à des courses d'accélération appelées « runs ».
Leurs moteurs alimentés en nitrométhane sont capables de produire une puissance de 7 000 chevaux.
Ces dragsters sont capables de couvrir un quart de mile, soit 400 mètres, départ arrêté, en 4,8 secondes pour atteindre des vitesses finales de plus de 500 km/h.

L'objectif de cette étude est de déterminer la vitesse de ces dragsters à mi-course, soit au bout de 200 mètres, ainsi que le temps mis pour couvrir la distance d'un quart de mile.

EXERCICE 1 : 9 POINTS

PARTIE 1 :

On étudie le mouvement du dragster pendant sa phase d'accélération.

Lors d'un « run », un Top Fuel part, à l'instant $t = 0$, sans vitesse initiale et atteint la vitesse de 500 km/h (soit 138,9 m/s) en 4 secondes.

Afin de simplifier l'étude, on admet que la distance d (en mètre) parcourue en fonction du temps t (en seconde) est donnée par :

$$d = \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{où } a \text{ représente l'accélération moyenne en m/s}^2.$$

1.1 - Montrer que l'accélération moyenne a est égale à 34,7 m/s².

1.2 - En déduire l'expression de la distance d parcourue (en mètre) en fonction du temps t (en seconde).

PARTIE 2 :

Soit f la fonction de la variable réelle x définie sur l'intervalle [0 ; 4,8] par : $f(x) = 17,35x^2$.

2.1 - f' est la dérivée de f.
Déterminer $f'(x)$.

2.2 - Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 4,8].

2.3 - En déduire le sens de variation de la fonction f.

2.4 - Calculer $f(3)$ et $f(4)$.
Arrondir les résultats à l'unité.

2.5 - On note x_1 la valeur pour laquelle $f(x_1) = 200$.
Recopier, parmi la liste ci-dessous, la proposition exacte :

$0 = x_1 = 3$ $\qquad$ $3 = x_1 = 4$ $\qquad$ $4 = x_1 = 4,8$

2.6 - Montrer que x_1 est l'une des deux solutions de l'équation $17,35\,x^2 = 200$.

2.7 - Déterminer x_1. Arrondir au dixième.

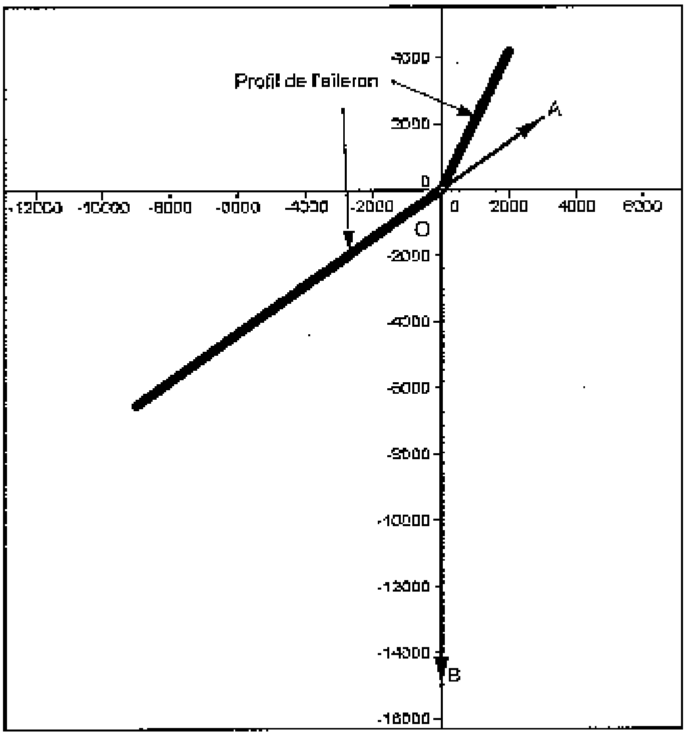
PARTIE 3 :

3.1 - Justifier à l'aide de l'étude de la fonction f que le temps mis par le dragster pour parcourir une distance de 200 m est de 3,4 s.

3.2 - $f'(x)$ est la valeur, en m/s, de la vitesse du dragster à la date $t = x$ secondes.
Déterminer la vitesse atteinte par ce dragster, en m/s, au bout de 200 m. Arrondir le résultat à l'unité.

EXERCICE 2 : 6 POINTS

L'aileron arrière du dragster permet d'engendrer une force d'appui aérodynamique et une force de traînée.



Sur la représentation ci-dessus, le vecteur $\overrightarrow{OA}$ correspond à la force de traînée et le vecteur $\overrightarrow{OB}$ à la force d'appui aérodynamique.

À 200 km/h, la valeur de la force d'appui aérodynamique est de 15 000 N et la valeur de la force de traînée est de 3 700 N.

On souhaite, dans ce cas, déterminer la valeur de l'angle a entre les vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OA}$.

Dans le repère précédent, on considère que les points A et B ont pour coordonnées A (3 000 ; 2 165) et B (0 ; −15 000).

2.1 - Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

2.2 - Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA}$ vaut −32 475 000.

2.3 - Déterminer les normes des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$. Arrondir à l'unité.

2.4 - Déduire des questions précédentes la valeur de l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$.
Exprimer le résultat en degré arrondi à l'unité.

SCIENCES-PHYSIQUES : (5 points)

FORMULAIRE

Δp : perte de charge en Pa
ρ : masse volumique en kg/m^3
ν : viscosité cinématique en m^2/s.
L : longueur en m
v : vitesse en m/s
S : section en m^2
D : diamètre en m
K : coefficient sans unité

$Q_v = S.v$

$$Re = \frac{v.D}{\nu}$$

- si Re < 1 600, le régime est laminaire et $K = \frac{64}{Re}$

- si Re > 2 500, le régime est turbulent et $K = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = \frac{0,316}{(Re)^{1/4}}$

$$\Delta p = K.\frac{L}{D}.\frac{\rho v^2}{2}$$

1 bar = 10^5 Pa

La pompe à carburant d'un Top Fuel débite 246 litres de nitrométhane (CH_3NO_2) à la minute.

Le nitrométhane est mis en pression par la pompe et est amené aux injecteurs par une durit supposée linéaire.

- La pression en sortie de pompe est : p_1 = 31 bar.
- La durit a un diamètre intérieur D = 20 mm et une longueur L = 1,5 m.
- Le nitrométhane a une masse volumique : ρ = 1 138 kg/m^3.
- La viscosité cinématique du nitrométhane est : $\nu = 2 \times 10^{-6}$ m^2/s.

On désire déterminer la pression d'entrée p_2 du nitrométhane au niveau des injecteurs.
Pour cela, il faut déterminer la vitesse d'écoulement du nitrométhane et la valeur de la perte de charge.

1 - Calcul de la vitesse d'écoulement :

1.1 - Montrer que le débit volumique de la pompe est égal à $4,1 \times 10^{-3}$ m^3/s.

1.2 - Montrer que la valeur de la section interne de la durit, arrondie au cm^2, est 3×10^{-4} m^2.
On prendra π = 3,14.

1.3 - Déterminer, en m/s, la vitesse d'écoulement du fluide dans la durit. Arrondir au dixième.

2 - Détermination de la valeur de perte de charge :

2.1 - Déterminer le nombre de Reynolds Re, arrondi à l'unité, qui caractérise cet écoulement.
On prendra pour vitesse d'écoulement $v = 14$ m/s.

2.2 - En déduire la nature du régime d'écoulement.

2.3 - Montrer que la valeur, arrondie au millième, du coefficient de perte de charge K est 0,016.

2.4 - Déterminer (en Pa) la valeur, arrondie à l'unité, de la perte de charge Δp dans la durit.
Exprimer ce résultat, en bar, arrondi au dixième.

3 - Calcul de la pression au niveau des injecteurs :

En déduire la pression p_2 du nitrométhane au niveau des injecteurs.

FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

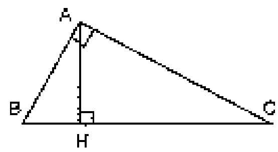
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$