Session 2010 AP1006 - MN ST B

E1 - EPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS EPREUVE B1 - MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

L'emploi des calculatrices est autorisé.
Circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au BO n° 42 du 25 novembre 1999.
L'échange de machines entre candidats est interdit durant la durée de l'épreuve.

Documents remis au candidat : 6

- Texte du sujet : feuilles 1/6 – 2/6 – 3/6
- Document à rendre : feuilles 4/6 – 5/6
- Formulaire : feuille 6/6

Les feuilles 4/6 et 5/6 devront être encartées dans une copie double anonymée.

NOTA : Dès la distribution du sujet, assurez-vous que l'exemplaire qui vous a été remis est conforme à la liste ci-dessus ; s'il est incomplet, demandez un nouvel exemplaire au responsable de salle.

MATHÉMATIQUES -15 points

Exercice 1 (10 points)

Pour exploiter les performances du démarreur électrique d'un moteur hors bord 50hp, on se propose d'étudier la variation de la puissance en fonction de la fréquence de rotation du démarreur (exprimée en milliers de tr/min).

L'objectif du problème consiste à déterminer la plage de fréquences de rotation pour laquelle le moteur développe une puissance supérieure ou égale à 800 W.

La puissance P du démarreur (exprimée en W) et la fréquence n de rotation (exprimée en milliers de tr/min) sont liées par la relation simplifiée suivante :

$$P = -200\,n^2 + 932\,n$$

Dans cette expression, n varie de 0 à 3,8 milliers de tours par minute.

Partie 1 : Mise en situation

1 - Calculer, en watts, la puissance P pour une fréquence n égale à 1,5.

Partie 2 : Étude de fonction

La fonction f modélise la variation de la puissance en fonction de la fréquence de rotation.

Elle est définie sur l'intervalle [0 ; 3,8] par : $f(x) = -200\,x^2 + 932\,x$.

2 - On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.

3 - Étudier le signe de $f'(x)$. On notera x_0 la valeur exacte annulant la fonction dérivée.

4 - Calculer $f(x_0)$. Arrondir au dixième.

5 - Compléter le tableau de variations de la fonction f sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.

6 - Compléter le tableau de valeurs de la fonction f **sur l'annexe 1**. Arrondir les valeurs à l'unité.

7 - En déduire le maximum M de cette fonction. Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

8 - On note C_f la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 3,8]. Tracer C_f dans le repère donné en **annexe 2 à rendre avec la copie**.

9 - À l'aide de la représentation graphique réalisée **sur l'annexe 2**, déterminer la ou les valeurs de x vérifiant l'équation $f(x) = 800$. *Laisser les traits permettant la lecture apparents sur le graphique.*

Partie 3 : Exploitation des résultats.

10 - Indiquer la valeur maximale de la puissance que peut fournir le démarreur.

11 - Avant d'entraîner le volant moteur, la puissance disponible au démarreur doit être au moins égale à 800 W. .
Indiquer sur quelle plage de fréquences, exprimées en tours par minute, le démarreur doit fonctionner.

Exercice 2 (5 points)

Pour la pratique du wakeboard, il est nécessaire d'avoir une vague de bateau bien formée. Pour ce faire, on charge parfois le bateau avec des réservoirs appelés ballasts qui sont remplis d'eau et placés en fond de cale.

On s'intéresse ici à la géométrie d'un ballast en inox (schématisé à l'envers **figure 1**).

Le ballast est un prisme droit à base triangulaire.
Les surfaces ABEF, BCDE, ACDF sont des rectangles.
Les surfaces ABC et FED sont des triangles.
(EBHG) est un plan de symétrie de la figure.
Les cotes sont en cm.

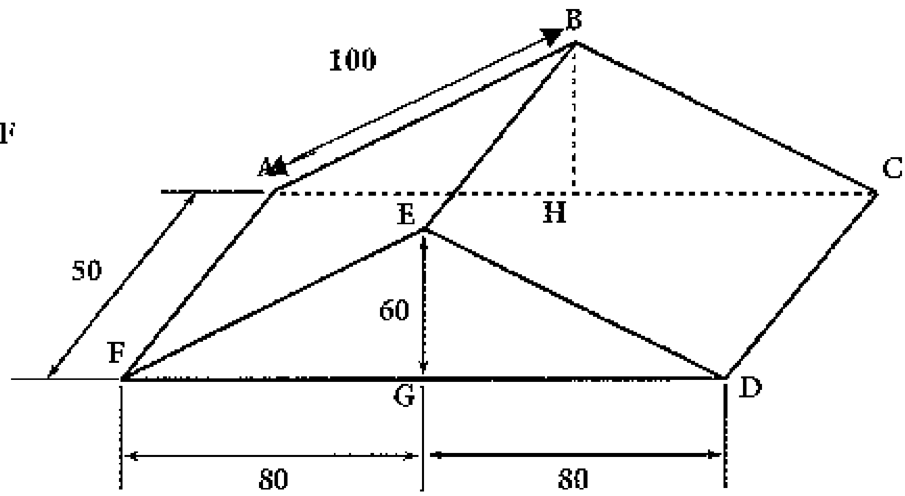


Figure 1 : représentation d'un ballast retourné.
(cette figure n'est pas à l'échelle)

1 - Calculer, en cm^2, les aires des surfaces planes ABEF, ACDF et ABC.
On les notera respectivement A_{ABEF}, A_{ACDF}, A_{ABC}

2 - Déterminer, en cm^2, l'aire totale A_{inox} d'inox nécessaire pour réaliser ce réservoir fermé.

3 - Calculer, en cm^3, le volume V de ce ballast puis donner la valeur en litres.

4 - Pour améliorer les performances du bateau, on veut remplacer le ballast précédent par un ballast de même forme géométrique ayant un volume de 300 000 cm^3. Une contrainte liée à l'espace disponible impose de conserver les mêmes dimensions pour la face ACDF. On décide d'augmenter la hauteur BH ce qui modifie également la longueur AB .
Déterminer, en cm, la valeur de la nouvelle hauteur BH.

5 – Dans la suite de l'exercice, on considère que BH est égale à 75 cm.

5.1 Calculer, en cm, la nouvelle longueur AB.

5.2 Montrer que l'aire totale A'_{inox} de ce nouveau ballast est de 30996 cm^2.

SCIENCES PHYSIQUES - 5 points

La direction hydraulique manuelle d'un bateau avec moteur in-bord est représentée par le schéma de la **figure 1** ci-contre. Dans cette situation, le pilote exerce avec chaque bras deux forces de même valeur, notées F et F'.

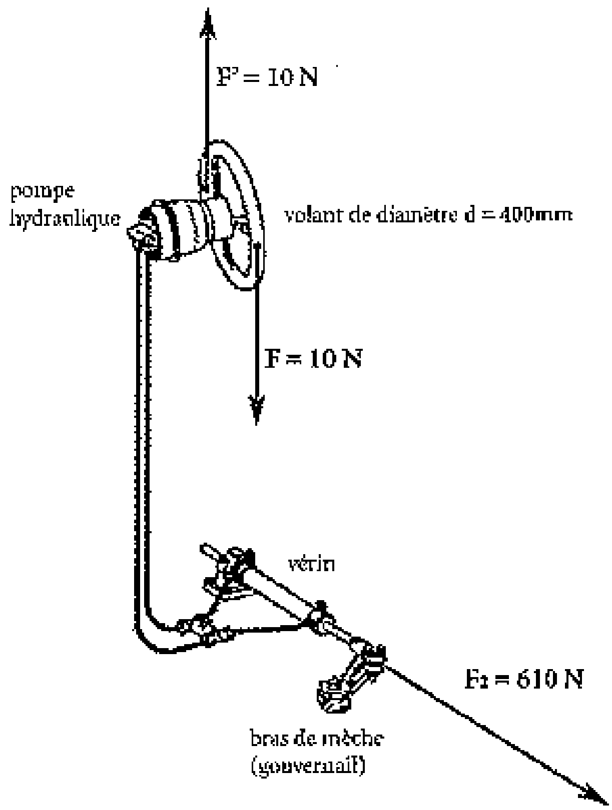


Figure 1 : schéma de la direction hydraulique manuelle d'un bateau avec moteur in-bord.

1 - Le vérin à double action, dont le schéma est présenté **figure 2** ci-dessous, permet de déplacer le bras de mèche autorisant la rotation du gouvernail.
Le diamètre nominal du piston est d_2 = **30 mm** et le diamètre de la tige est d_1 = **14 mm.**
On définit la section efficace du piston du vérin S_{eff} comme la différence entre les sections droites du piston et de la tige.
Calculer, en cm^2, la section efficace du piston S_{eff}.
Arrondir le résultat au centième.

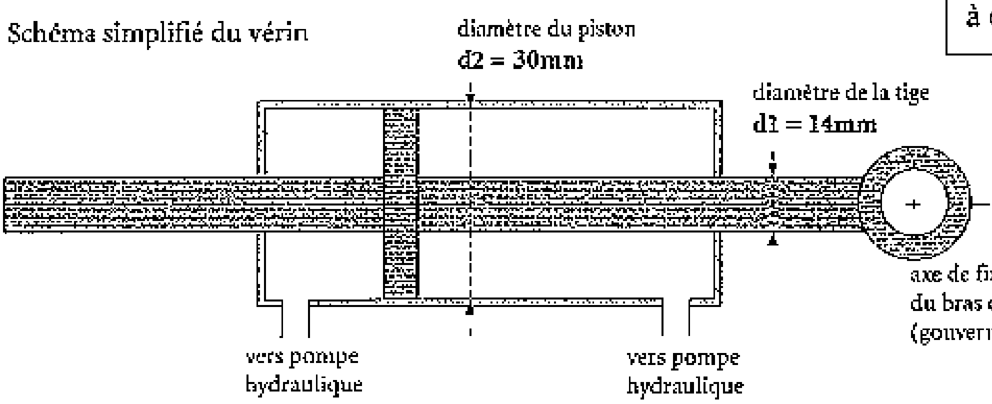
2 - Le couple de forces exercé par le pilote, permet d'obtenir, par l'intermédiaire de la pompe hydraulique, une force F_2 = **610 N** sur le bras de mèche. Si on considère que la section efficace du piston est S_{eff} = **5,50 cm^2**, calculer la pression du fluide dans le circuit hydraulique.
Donner le résultat en pascal (Pa), arrondi à l'unité.
Convertir le résultat en bar arrondi au centième.

3 - On admet que le pilote exerce une force de valeur totale F_1 = **20 N**. Calculer le rapport de démultiplication de force η que permet cette direction hydraulique.

4 - Lors d'une manœuvre au port, la force exercée sur le bras de mèche a pour valeur F_2 = **800 N**. Calculer, en newton, la valeur de la force F_1 correspondante appliquée par le pilote pour un même rapport de démultiplication permis par la direction hydraulique.

Figure 2 : schéma d'un vérin à double action.

Schéma simplifié du vérin



Formulaire : $\eta = \dfrac{F_2}{F_1}$ 1 bar = 10^5 Pa

ANNEXE 1

DOCUMENT A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1 :

Partie 2 - question 5. Tableau de variation de la fonction f.

x	0 3,8
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

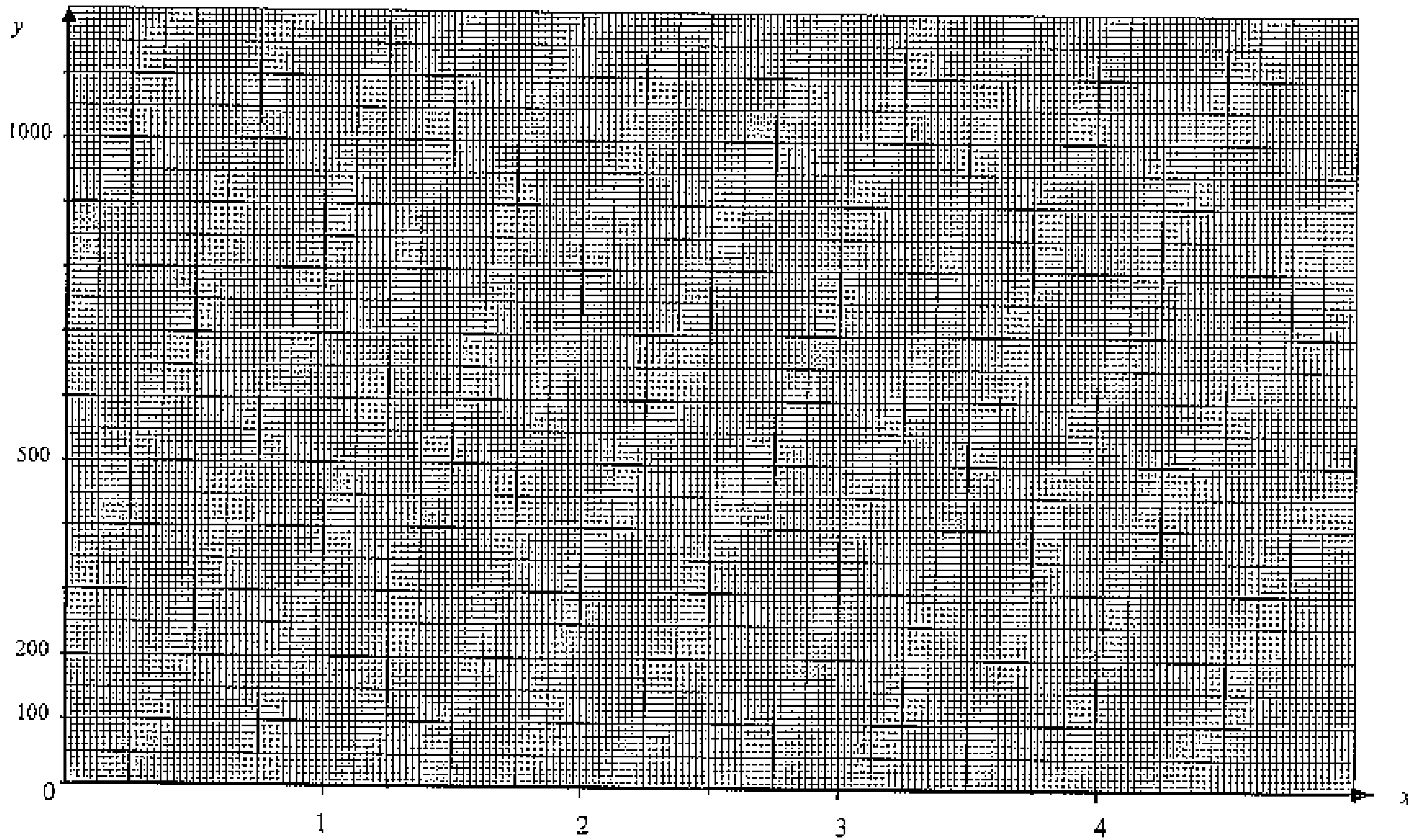
Partie 2 - question 6. Tableau de valeurs de la fonction f.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,33	2,5	3	3,5	3,8
$f(x)$	0	416	732			1 086		996		654

ANNEXE 2

DOCUMENT A RENDRE AVEC LA COPIE

Représentation graphique de la fonction *f*:



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

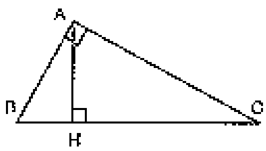
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$

Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$