BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE DES ÉQUIPEMENTS INDUSTRIELS

- Session 2010 -

***

Épreuve E 1
Scientifique et Technique

Sous-Épreuve E12 – Unité U 12 –

Mathématiques et Sciences Physiques

Coefficient : 3

Durée : 2 heures

Remarque :

* *La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.*
* *L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*
* *L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

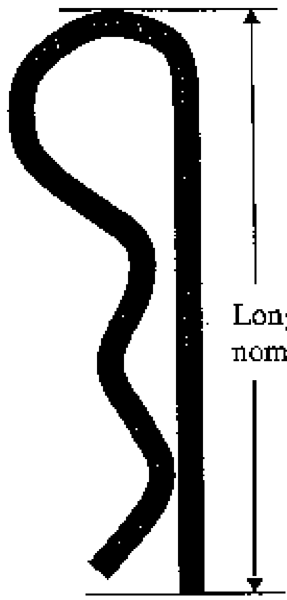
MATHÉMATIQUES : (15 points)

Dans ce sujet, l'étude porte sur la fabrication et le stockage de goupilles « bêta ».

EXERCICE 1 : 5 POINTS Statistiques

On réalise le contrôle qualité d'une production de 100 goupilles « bêta » de longueur nominale 10,4 cm.
Les résultats du contrôle sont reportés ci-dessous. Les valeurs sont classées par ordre croissant.

10,1	10,3	10,4	10,5	10,6
10,1	10,3	10,4	10,5	10,6
10,1	10,3	10,4	10,5	10,6
10,1	10,3	10,4	10,5	10,6
10,1	10,3	10,4	10,5	10,6
10,2	10,3	10,4	10,5	10,6
10,2	10,3	10,4	10,5	10,6
10,2	10,3	10,4	10,5	10,6
10,2	10,4	10,4	10,5	10,7
10,2	10,4	10,4	10,5	10,7
10,2	10,4	10,4	10,5	10,7
10,2	10,4	10,4	10,5	10,7
10,2	10,4	10,5	10,5	10,7
10,3	10,4	10,5	10,5	10,7
10,3	10,4	10,5	10,5	10,7
10,3	10,4	10,5	10,6	10,7
10,3	10,4	10,5	10,6	10,8
10,3	10,4	10,5	10,6	10,8
10,3	10,4	10,5	10,6	10,8
10,3	10,4	10,5	10,6	10,8



Les questions 1 à 4 peuvent être traitées de manière indépendante.

1 - Proposer la valeur de la médiane de cette série statistique, en indiquant la méthode utilisée.

2 - Compléter, sur la **feuille annexe** ***(à rendre avec la copie)***, la colonne 2 du tableau.

3 - Calcul de la moyenne et de l'écart-type de cette série statistique.

3.1 - Calculer $\overline{d}$ la moyenne de cette série statistique. Exprimer le résultat arrondi au millième. On pourra utiliser au choix, soit le mode statistique de la calculatrice soit la colonne 3 du tableau en **feuille annexe.**

3.2 - Calculer s l'écart-type de cette série statistique. Exprimer le résultat arrondi au millième. On pourra utiliser au choix, soit le mode statistique de sa calculatrice, soit la colonne 4 du tableau en **feuille annexe.**

4 - Pour la suite de l'exercice, on prend $\overline{d} = 10,44$ et $\sigma = 0,17$.
On considère que la machine produisant les goupilles est correctement réglée si au moins 95 % des pièces ont une longueur incluse dans l'intervalle $\left[\overline{d} - 2\sigma \ ; \ \overline{d} + 2\sigma\right]$.

4.1 - Calculer $\overline{d} - 2\sigma$ et $\overline{d} + 2\sigma$.

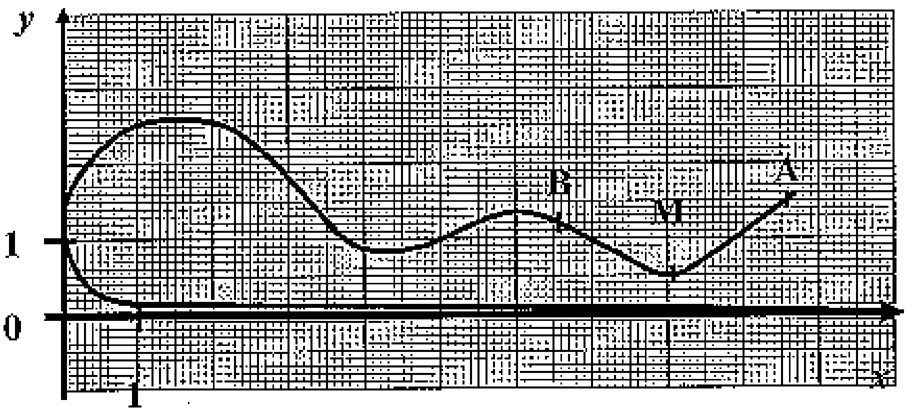
4.2 - La machine est-elle bien réglée ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 : 3 POINTS — Calcul vectoriel

On a représenté ci-dessous, la goupille dans un repère (Ox,Oy).

Dans ce repère, les coordonnées des points A, B et M sont : A(9,5 ; 1,5) ; B(6,5 ; 1,3) ; M(8 ; 0,5)

La réalisation des goupilles nécessite de connaître l'angle $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$.



1 - Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$.

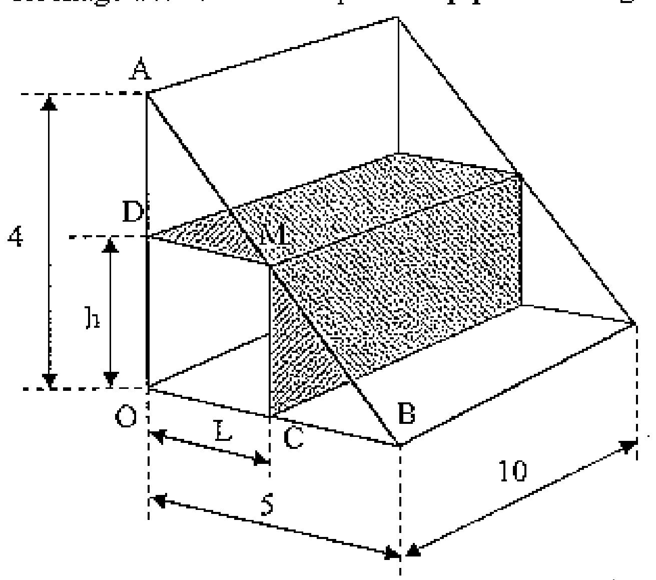
2 - Calculer les normes $\|\overrightarrow{MA}\|$ et $\|\overrightarrow{MB}\|$. Arrondir les résultats au dixième.

3 - Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ vaut $-1{,}45$.

4 - Déduire, des questions précédentes, la valeur de l'angle $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$.
Exprimer le résultat en degré, arrondi à l'unité.

EXERCICE 3 : 7 POINTS — Étude de fonction

L'entreprise souhaite réaliser un espace de stockage sous un toit.
Cet espace de stockage a la forme d'un parallélépipède rectangle.



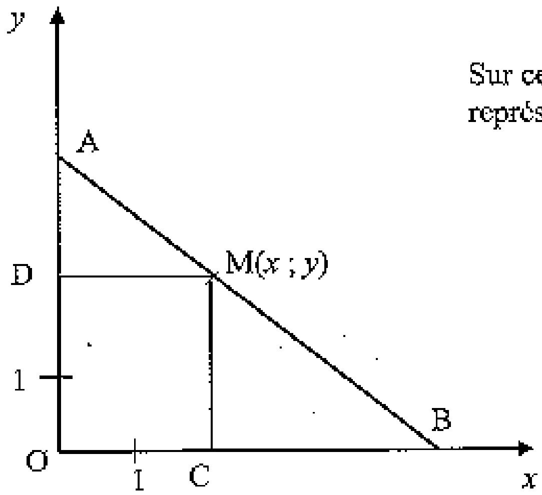
Les cotes sont données en mètre.
Les proportions sur le dessin ne sont pas respectées.

Le but de cet exercice est de déterminer les valeurs de L et de h afin que le volume de stockage soit maximal.

Pour cela, on étudie le profil de cet espace de stockage.

On représente dans un repère (Ox,Oy) la soupente et l'espace de stockage.

Les points A et B ont pour coordonnées A(0 ; 4) et B(5 ; 0).



Sur ce repère, l'unité graphique représente 1 m.

1 - Dans le repère (Ox,Oy), montrer que la droite (AB) a pour équation $y = -0,8x + 4$.

2 - Soit M un point de la droite (AB), d'abscisse x.
Montrer que l'aire $\mathcal{A}(x)$ du rectangle MCOD s'exprime en fonction de x par : $\mathcal{A}(x) = -0,8x^2 + 4x$.

3 - Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 5] par $f(x) = -0,8x^2 + 4x$.

3.1 - Soit f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.

3.2 - Compléter le tableau de variation de la fonction f sur la **feuille annexe** ***(à rendre avec la copie)***.

3.3 - Compléter le tableau de valeurs sur la **feuille annexe** ***(à rendre avec la copie)***.

4 - Pour quelle valeur de x, $f(x)$ est-il maximal ?

5 - Interprétation des résultats :

5.1 - En déduire les valeurs de L et de h, en mètre, qui correspondent à l'aire maximale du profil de l'espace de stockage.

5.2 - Indiquer alors le volume de l'espace de stockage maximal.

SCIENCES-PHYSIQUES : (5 points)

Dans une chaîne de production, une motopompe de débit 16 L/min doit être remplacée.
Les caractéristiques du moteur sont les suivantes :

MOTEUR TRIPHASÉ
230 V / 400 V 4 kW $\cos \varphi = 0,76$ 1 438 tr/min $\eta = 0,82$

1 - Calculer, en kW, la puissance absorbée par le moteur. Arrondir le résultat au dixième.

2 - Calculer l'intensité nominale I_N. Arrondir le résultat à l'unité.

3 - On dispose de 3 fusibles « aM » d'intensité nominale : 12, 16 et 20 A.
Choisir le fusible le plus adapté.

4 - Déterminer le moment du couple moteur. Arrondir le résultat au dixième.

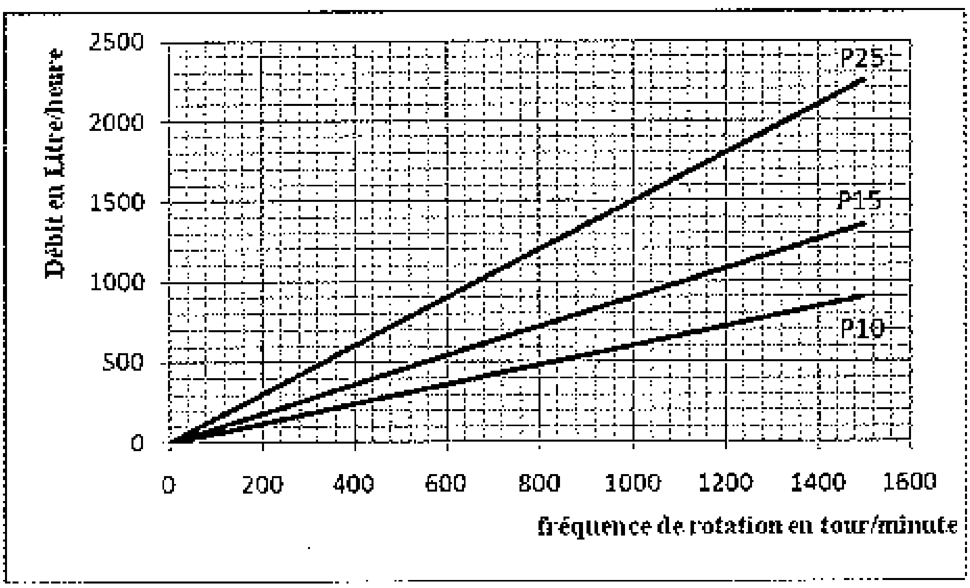
5 - Calculer l'intensité au démarrage I_D sachant que $\frac{I_D}{I_N} = 7,1$. Arrondir le résultat à l'unité.

6 - Le type de fusible choisi déclenche-t-il instantanément ? Justifier la réponse.

7 - On rappelle que le débit volumique de la motopompe est de 16 L/min. Exprimer ce débit en L/h.

8 - On décide de remplacer cette motopompe par la motopompe P10.
À l'aide du graphique ci-dessous, justifier ce choix.

Caractéristique de la motopompe



Formulaire : $P_u = 2\pi n M$

FEUILLE ANNEXE (À rendre avec la copie)

EXERCICE 1

Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3	Colonne 4
Diamètre (en mm) x_i	Effectif n_i	$n_i.x_i$	$n_i.x_i^2$
10,1	5	50,5	
10,2			832,32
10,3	15	154,5	1 591,35
10,4	24	249,6	2 595,84
10,5	23	241,5	2 535,75
10,6	13	137,8	
10,7	8	85,6	915,92
10,8			466,56
Total	100		

EXERCICE 3

Tableau de variation :

x	0 5
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Tableau de valeurs :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$		1,8	3,2	4,2				4,2	3,2	1,8	0

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

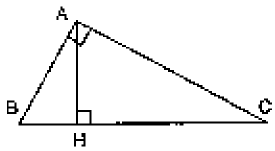
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

dans le plan	dans l'espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$